

V. L. ヤンチリン  
不確定性・重力・宇宙  
[抄訳]

Editorial URSS 2003

\*\*\*\*\*

V.L.ヤンチリン『不確定性・重力・宇宙』, モスクワ, Editorial URSS, 2003, 248 p.  
ISBN 5-354-00379-2

査読者：モスクワ国立大学教授 S.E.シュノリ [Simon El'evich Shnol]

© V.L. Yanchilin

\*\*\*\*\*

日本語版について

\*本訳書は, «В.Л. Янчилин. Неопределённость, гравитация, космос. - М.: Едиториал УРСС, 2003. - 248 с.»のロシア語原文からの抄訳である。現在インターネットで入手可能なのは, 原著から著者自身が抜粋した部分のみである。この邦訳版では, その抜粋部分全体が訳出されている。[[4ld/RREPORTS/yanchilin\\_neopredelennost/yanchilin\\_neopredelennost.htm](http://4ld/RREPORTS/yanchilin_neopredelennost/yanchilin_neopredelennost.htm)]

\*著者のフルネーム：ワシーリー・レオニードヴィッチ・ヤンチリン (Василий Леонидович Янчилин, Vasily Leonidovich Yanchilin)

\*著者の業績：巻末の「著者紹介」を参照されたい。

\*訳者：吉田 正友

\*訳者のサイト：「物理の旅の道すがら」(<http://naturalscience.world.coocan.jp>)

\*日本語版公開：2025年4月

\*訳文中の角括弧 [ ] 内は訳注である (文献番号を除く)。

\*訳文中の「物質\*」については巻末の「訳注」を参照されたい。

## 目次 [原著からの抜粋部分を太字で示す。]

『不確定性・重力・宇宙』からの抜粋部分への序文	6
査読者による序文	
編集者より	
基礎物理学の3つの問題（序論）	7
問題 1. マッハの原理	7
問題 2. 粒子と波動の二重性	8
問題 3. 重力と量子力学	8
第1章 重力と現代物理学	9
§1.1 引力	9
§1.2 宇宙の重力ポテンシャル	10
§1.3 重力ポテンシャルの一様性	12
§1.4 重力の特徴	14
§1.5 慣性の法則	15
§1.6 マッハの原理	16
§1.7 特殊相対性理論	18
§1.8 質量とエネルギー	19
§1.9 一般相対性理論	20
§1.10 量子力学	21
§1.11 基本定数	22
§1.12 現代物理学の疑問	24
第2章 新理論の構築	25
§2.1 課題設定	25
§2.2 宇宙の限界外における実験	26
§2.3 仮想レンガ	27
§2.4 新たな世界像のスケッチ	30
§2.5 必要なコメント	31
§2.6 新たな自然法則	32
§2.7 光速度不変	34
§2.8 新法則の実験的検証	35
§2.9 微細構造定数	36
§2.10 重力場中におけるプランク定数	37
第3章 新理論の基礎	40
§3.1 新たな時空モデル	40
§3.2 慣性と重力	41
§3.3 アインシュタインの公式	42
§3.4 重力場中における質量	43
§3.5 ポテンシャルエネルギーは何に等しいか？	44
§3.6 素粒子の質量	47
§3.7 現代物理学とマッハの原理	48
§3.8 要約	50

第4章 一般相対性理論の新解釈	52
§4.1 一般相対性理論の基礎	52
§4.2 時空の曲率	53
§4.3 距離と時間	54
§4.4 相対論的重力効果	56
1. 水星の近日点移動	56
2. スペクトル線の重力偏移	56
3. 太陽近傍を通過する光線の偏向	57
4. シャピロ効果	58
5. 時間の遅れ	58
§4.5 一般相対性理論の限界	58
§4.6 等価原理	59
§4.7 光線の偏向	60
§4.8 電磁波の伝播	60
§4.9 屈折率	63
§4.10 スペクトル線の偏移	64
§4.11 ブラックホール	66
§4.12 電波信号の遅延	67
第5章 量子力学のパラドックス	
§5.1 量子力学の歴史	
§5.2 波動関数 $\Psi$	
§5.3 量子力学の2つの解釈	
§5.4 電子の干渉	
§5.5 アインシュタイン・ボーア論争	
§5.6 仮想光子	
§5.7 量子力学	
1. 法則性と偶然性：量子力学の法則の確率的性格	
2. 確定性と不確定性	
3. 粒子と波動の二重性	
4. 量子力学の非局所性	
第6章 量子力学の新解釈	
§6.1 カオス—空間と時間の境界	
§6.2 離散運動	
1. カオス運動	
2. 連続運動	
§6.3 不確定性関係	
§6.4 電子モデル	
§6.5 波動関数 $\Psi$ の収縮	
§6.6 波束の分裂	
§6.7 量子力学の非局所性	
§6.8 アインシュタイン・ポドルスキー・ローゼンのパラドックス	
§6.9 時間はなぜ不可逆なのか？	
§6.10 粒子と波動の二重性	
第7章 量子重力理論	70
§7.1 量子力学の観点から見た一般相対性理論の主な欠点	70

§7.2 「量子重力理論」は何を意味しているか？	72
§7.3 万有引力のメカニズム	73
§7.4 最小作用の原理	74
§7.5 量子重力理論における運動方程式	76
§7.6 ニュートンの引力の法則	79
§7.7 アインシュタインの重力理論	80
§7.8 量子重力理論と一般相対性理論との違い	81
§7.9 重力異常	82
§7.10 重力場中における原子	84
§7.11 量子重力理論の利点	87
第8章 時間と重力	90
§8.1 時空の尺度	90
§8.2 時間の非一様性	91
§8.3 量子重力理論の検証実験	92
§8.4 運動する時計を用いた実験	94
§8.5 重力場中における光子	95
§8.6 時間と一般相対性理論	97
§8.7 重力場中における粒子	99
§8.8 間隔の物理的意味	101
§8.9 運動方程式における積分範囲をどのように決定するか？	104
§8.10 赤方偏移の2つの解釈	108
§8.11 赤方偏移の新解釈	111
§8.12 時間の速度	113
第9章 現代宇宙論の諸問題	
§9.1 距離の測定	
1. 三角視差	
2. 運動星団法	
3. ケフェイド型変光星	
4. ハッブルの法則	
5. 超新星	
§9.2 宇宙の膨張	
§9.3 $\Lambda$ 項	
§9.4 隠れた質量	
§9.5 宇宙の年齢	
§9.6 宇宙のバリオン非対称性	
§9.7 クエーサー	
§9.8 銀河の加速	
§9.9 インフレーション	
第10章 宇宙論と量子重力理論	
§10.1 宇宙の進化	
1. 光速とプランク定数	
2. 宇宙の質量	
3. 宇宙のエネルギー	
4. 宇宙は閉じている	
5. 素粒子	

## 6. 物質と放射

- §10.2 反物質はどこへ消えたのか？
- §10.3 クエーサーのエネルギー源
- §10.4 放射性元素の起源
- §10.5 宇宙における物質\*密度
- §10.6 宇宙論的赤方偏移
- §10.7 ハッブル定数
- §10.8 物理的真空
- §10.9 宇宙の質量とサイズ
- §10.10 宇宙の膨張速度の測定実験
- §10.11 実験宇宙物理学
  1. 宇宙の膨張速度
  2. ブラックホールの探求
  3. 宇宙の密度

## 第 11 章 重力場中における時計を用いた実験

- §11.1 序論
- §11.2 時間の創出と保存
- §11.3 Global Positioning System と相対性理論
- §11.4 赤方偏移の解釈におけるミッシングリンク
- §11.5 電磁波の 2 つの周波数
- §11.6 量子周波数の古典周波数との違い
- §11.7 時計を用いた実験実施の困難性
- §11.8 結論

## 第 12 章 一般相対性理論の批判的概観

- §12.1 一般共変性原理
- §12.2 等価原理の無根拠性
- §12.3 物理学の基本原則
- §12.4 特殊相対性理論における間隔の最大値
- §12.5 重力場中における間隔の最大値
- §12.6 宇宙船の発射時における誤り
- §12.7 曲がりなのか縮みなのか？
- §12.8 相対性理論は実験的に裏付けられていると語られるとき、それは何を意味しているか？
- §12.9 原子とエネルギー問題
- §12.10 一般相対性理論に含まれている主な誤り  
付論

## 第 13 章 量子重力理論に対して述べられている反論

## 第 14 章 量子重力理論に関する知識を得たときに生じる疑問とそれに対する回答

カオスと時間（結論） .....	115
文献一覧 .....	116
著者紹介 .....	119
〔訳注〕訳文中の「物質*」について .....	121

## 『不確定性・重力・宇宙』からの抜粋部分への序文

19世紀末、オーストリアの物理学者エルンスト・マッハが、宇宙の膨大な質量が地球の実験室中の物体の運動に著しい影響を及ぼしているという仮説を提起した。そして20世紀を通じて、その仮説に基づいて物理理論を構築しようとする少なからぬ試みがなされた。しかし、それら全ての試みは失敗に終わった。

私は、自分はマッハの仮説を含んでいる理論を構築することに成功したと考えている。読者は、本書『不確定性・重力・宇宙』からの抜粋（序文、第1-4章、第7章、第8章、結論）を読めば、それが本当にそうか否かを判断することができる。

我々の空間は、モニターのスクリーンに喩えることができる。高品質のモニター上では、1 mmの何分の1もの間隔で並んでいる直線を見分けることができる。それに対し、粗悪なモニター上では、そのような直線は「ぼやけて」1本の線になる。我々の空間は、最高クラスの「モニター」なのである。しかしそれでもやはり、それは理想的な空間ではない。小さい間隔上（原子サイズのオーダー）では、粒子の運動軌道はぼやける。その結果、電子（これは分割不可能な粒子である）は、近い距離に配置された2つの穴を同時に(!)通過することができる。微視的世界が奇妙な世界と呼ばれているのは、まさにそのためである。

モニターの品質は、電子ビームをスクリーンへ送り出す集束系の動作によって決定される。宇宙空間中でそのような系の役割を果たしているのは、我々の宇宙を満たしている恒星や銀河である。恒星や銀河は、その膨大な質量によって素粒子に作用することにより、素粒子の運動の不確定性や恣意性を制限している。まさにそのおかげで、万物（これには我々も含まれる）を構成している原子、中性子および電子は、粗悪なモニターのスクリーン上に広がるように、空間上に広がらないでいられるのである。

重力効果とは、もっぱら量子効果である。すなわち、大質量が粒子の運動における不確定性を制限し、その結果、粒子を引き付けるのである。

## 基礎物理学の3つの問題（序論）

本書では何について論じられるかをよりよく理解するため、基礎物理学におけるきわめて興味深い3つの未解決問題について、大まかな知識を得ておこう。

### 問題1. マッハの原理

運動には2つの種類、すなわち相対運動と絶対運動が存在するという事実には、既にニュートンが注意を払っていた。物体の直線運動は相対運動であり、回転運動は絶対運動である。我々は、我々の運動がそれとの関係において検討される別の物体を指定しなければ、我々がどのような速度で運動しているか（例えば、惑星地球がどのような速度で運動しているか）を言うことができない。しかし我々は、我々がどのような速度で回転しているか（例えば、地球がどのような速度で自転しているか）を常に知ることができる。それが可能なのは、回転する物体中では遠心力が発生し、その力が物体を変形させるからである。遠心力の大きさ、または遠心力によって引き起こされた変形に基づき、物体の回転速度を常に決定することができる。

このとき、1つの疑問が生じる：実際のところ、物体は何に対して回転しているのか？

19世紀末、オーストリアの物理学者エルンスト・マッハが興味深い仮説（これは後にマッハの原理と名付けられた）を提起した：物体は静止している恒星に対して回転している。そして、恒星の膨大な質量と回転物体との間における今は未解明の何らかの関係の結果、遠心力が発生している。しかし、そのような予想をどうやって検証するのか？これについては、リチャード・ファインマンといった有名な物理学者たちがこう書いている：「もし恒星や星雲が存在しない場合に、遠心力が存在するかどうかを知る方法は、現在、我々にはない。全ての星雲を除去し、次に我々の回転を測定するといった実験を行うことは、我々にはできない。すなわち、我々はこの何物も言うことができない」[7]。1979年、アルベルト・アインシュタインの生誕100周年を記念する国際研究会議がベルリンで開催された。この会議では、現代物理学の最も基礎的な諸問題が議論された。その1つとして、一般相対性理論に対するマッハの原理の関係についても話し合われた。この問題に関する要約から数行を引用しよう：「アインシュタインは、この非正統的な原理を受け入れ、これに魅了されていただけでなく、自分の理論をマッハの思想体系と整合化することを望んでいた。アインシュタインは、一般相対性理論をマッハの原理に組み入れ、あるいは逆にマッハの原理を一般相対性理論に組み入れようとする試みを、ありとあらゆる方法で行っていた。それゆえ、彼は一般相対性理論の最初の古典的定式化に変更を加えた。この方向において、アインシュタインが目指していた目標を達成しようとする試みが、今日に至るまで行われている—たゆむことなく、ときには絶望的な結果を得たり、またしばしばきわめて巧みな操作 [manipulation] を用いたりしながら」[15]。

それでもそれでもやはり、マッハの原理と関係する諸問題を解決することは可能なのだ！しかしそのためには、次のことを成し遂げる必要がある。

第1に、マッハの原理の**物理的**内容を解明すること（それは今はまだ明らかではない）。第2に、既知の物理法則だけでなく、マッハの原理も含んでいるような**新たな物理理論**を構築すること。現在に至るまで、そのような理論は存在しない。第3に、新理論から導き出される、地球の条件下で（当然、静止している恒星とは無関係に）実験的に検証することが可能な**原理的に新たな帰結**を計算する（すなわち、予言する）こと。そしてその結果、マッハの原理が正しいか否かを決定すること。

## 問題2. 粒子と波動の二重性

物理学には粒子と波動といった概念が存在する。これらの概念は対立概念である。粒子の性質と波動の性質は相互に排除し合う。それにもかかわらず、量子物体は波動としても、粒子としても振る舞う。例えば電子は、ある面から見ると（すなわち実験のある実施条件下では）粒子であり、しかも分割不可能な粒子である。例えば半電子、あるいは電子の何らかの部分を観測した者は、これまで誰もいない。別の面から見ると（すなわち実験の別の実施条件下では）、電子は一度に2個（以上）の穴をやすやすと通り抜けることができるのだ！このことをまだ知らない人は、きっとこれを信じないだろう。驚くべきことは何もない！かつて、アルベルト・アインシュタインのような偉大な物理学者（ちなみに、彼は量子力学の創出のためにきわめて沢山のことを成し遂げた）でさえ、量子力学を最後まで受け入れなかった。彼は、物理理論は常識からそれほどまでに過激にかけ離れてはならないとみなしていた。

現在では、電子の波動的本性は十分に検証された実験的事実となっている。これに関する正確かつ明快な話を読みたい人は、『ファインマン物理学』に当たってみることができる。量子力学は量子物体の「奇妙な」挙動を見事に記述していることに注目する必要がある。しかし、記述することは説明することを意味しない。微視的世界においては不確定性がどこから現れ、分割不可能な電子はどうすれば同時に2個の穴をうまく通り抜けられるのかを知っている者は、今に至るまで一人もいない。量子物体のそのような「奇妙な」挙動について、リチャード・ファインマンはこう書いている：「しかし私は、量子力学を理解している者は誰一人いないと言っても差し支えないと考えている」[11]。

## 問題3. 重力と量子力学

自然界に存在する万物は互いに引き付け合っている。他方、自然界に存在する万物は量子力学の法則に従っており、その量子力学の根底には不確定性原理が横たわっている。この原理のおかげで、各粒子は波動性を持っている。しかし、現代重力理論—アインシュタインの重力理論—においては、（ちなみに、ニュートンの重力理論におけるのと同様に）この基本原理はまったく考慮されていない。すなわち、粒子は波動性を持っていることがまったく考慮されていない。それゆえ、次の疑問が自然に生じて来る。重力相互作用において粒子の波動性が考慮されるような形で、重力理論と量子力学を統一することは可能なのであろうか？現在のところ、そのような量子重力理論は存在しない。

本書においてこの先明らかになるように、これら3つの全ての問題は互いに関係している。そして我々がマッハの原理の物理的意味を理解できるようになったとき、我々は微視的世界における不確定性がどこから現れるかを理解するであろう。そして、微視的世界における不確定性の発生原因を理解すれば、我々は物体が互いに引き付け合うのは**なぜか**を理解するであろう。本書は、まさにこれらの問題の解決をテーマとしている。先回りして言えば、重力相互作用の根底には不確定性原理が横たわっている。すなわち、重力とは、もっぱら量子効果なのだ！

## 第1章 重力と現代物理学

本章は導入のための章である。ここでは現代物理学の基礎に横たわっている主な着想について語られる。その際には未解決の諸問題に特別の注意が払われる。

## §1.1 引力

全ての物体は互いに引き付け合っている。物体の質量がより大きいほど、その物体は他の物体をより強く引き付ける。すなわち、その物体によって創出される重力場はより強くなる。2つの物体の間の重力的引力は、それらの質量 ( $M$ および $m$ ) に比例し、それらの間の距離 $r$ の2乗に反比例している。数学的には、万有引力の法則は次のような形をしている：

$$F = G \frac{Mm}{r^2}. \quad (1.1)$$

ここで $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$ は重力定数である。

ニュートンの第2法則は次のことを主張している：

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (1.2)$$

このことは、力 $\vec{F}$ の作用を受けたとき、質量 $m$ の物体は加速度 $\vec{a} = \vec{F}/m$ で運動し始めるということを意味している。それゆえ、方程式(1.1)より、質量 $m$ の物体は質量 $M$ の物体に向かって加速度 $\vec{a}$ で運動し始め、その加速度の大きさは次式に等しいことが導き出される：

$$a = G \frac{M}{r^2}. \quad (1.3)$$

すなわち、重力場中における物体の加速度は、その物体の質量に依存しない。

概して言えば、万有引力の法則に含まれている質量（これは重力質量と呼ばれている）を、ニュートンの第2法則に含まれている質量（これは慣性質量と呼ばれている）から区別すべきである。しかし既にニュートンは、各種の物質について、それらの質量はよい精度で互いに比例していることを見出していた。ニュートンはこのような結論を次の観測に基づいて下した。ロープに吊り下げられた箱の振動周期は、箱の内容物には**依存しない**。そしてこのようなことが可能なのは、箱の慣性質量がその重力質量に常に比例している場合に限られる。現行測定単位系は、それらの単位系中において慣性質量と重力質量の間の比例係数が1になるように特別に選ばれている。したがって現行測定単位系では、慣性質量は重力質量と等しい。

一般的な場合には、距離 $r$ の所に存在する質量 $M$ によって創出される重力場は、次の3つの物理量によって特徴付けることができる。

それは第1に、その重力場中において任意の物体が運動し始めるときの加速度 $\vec{g}$ である。これはベクトル量であり、まさにこれこそが、普通、重力場と呼ばれているものである。

それは第2に、重力場の伝播速度 $V_{\text{grav}}$ である。例えば、我々が質量 $M$ を移動させたとする。その質量から距離 $r$ の所に存在する物体が重力場の変化を「感知する」のは、どれだけの時間が経過したときか？ ニュートンの重力理論では、重力相互作用は瞬時に伝播することが想定されている。それに対し、アインシュタインの重力理論では、重力場の伝播速度は常に、かつ至る所で同一であり、光速に等しい：

$$V_{\text{grav}} = c \approx 300\,000 \text{ km/s}. \quad (1.4)$$

そして最後に、重力相互作用を特徴付ける3つ目の物理量は重力ポテンシャル $\phi$ である：

$$\varphi = -G \frac{M}{r}. \quad (1.5)$$

重力ポテンシャルは次の物理的意味を持っている。それは、所与の重力場の中から単位質量を取り除くために、その単位質量に対してする必要がある仕事という意味である。まさに負の符号は、仕事をしなければならないのは場ではなく、我々であるということ、すなわち、重力場中における物体のポテンシャルエネルギー $U$ は常に負であることを物語っている。質量 $m$ の物体の場合には、それは $U = m\varphi$ である。普通、重力について検討する際には、重力場により大きな注意が払われる。しかし本書では、他ならぬ重力ポテンシャルが最も重要な役割を演じることになる。

質量 $M$ 、半径 $R$ の様な球の表面上における重力ポテンシャルは $\varphi = -GM/R$ であることを思い出そう。また、球の中心における重力ポテンシャルは $\varphi = -3GM/2R$ である。すなわち、後者のほうが1.5倍である。それと同時に、球の中心における重力場はゼロに等しい。一般的な場合には、質量 $M$ 、ある平均半径 $R$ を持つ何らかの物体の内部における重力ポテンシャルは、次の公式に基づいて近似的に（具体的な密度分布に依存する数係数までの精度で）評価することができる：

$$\varphi \approx -G \frac{M}{R}. \quad (1.6)$$

## §1.2 宇宙の重力ポテンシャル

我々全員は地球に引き付けられている。地球の質量は人間を基準とすると膨大である： $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg} = 6\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \text{ kg}$ 。地球の引力に打ち勝つためには、人間は秒速数  $\text{km}$  (!) の速度に達する必要があった。 $8 \text{ km/s}$  — これは物体が、地球に落下することなく地球の周りを運動するために持たなければならない最小速度である。これは第一宇宙速度と呼ばれている。 $11 \text{ km/s}$  — これは物体が地球の重力場から飛び出すために持たなければならない最小速度である。これはいわゆる第二宇宙速度である。しかし宇宙を基準とすると、地球の質量は極端に小さい！ 例えば、地球がその周りを公転している太陽の質量は地球の質量の30万倍であり、 $M_S = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ に達する。太陽の重力場から飛び出すためには、速度を  $40 \text{ km/s}$  超まで上げる必要がある。

そして人間が最強の望遠鏡を用いてさらに遠い宇宙の深奥に分け入っていくと、より壮大な世界が人間の眼前に現れる。例えば我々の銀河系はおよそ1000億個の恒星からなり、 $M_{\text{Gal}} \approx 10^{41} \text{ kg}$ のオーダーの質量と約100000光年のサイズを持っている。銀河系の重力場から飛び出すためには、速度を  $200 \text{ km/s}$  超まで上げる必要がある。銀河の重力的引力の作用下で銀河団が形成される。そして銀河の集団は、重力の作用下で今度は巨大な超銀河団を形成する。例えば我々の銀河系がそこに含まれているおとめ座の中の超銀河団はおよそ2500個の銀河からなっている。超銀河団は $M_{\text{Cl}} \approx 10^{44} \text{ kg}$ のオーダーの質量と約5000万光年のサイズを持っている。超銀河団から飛び出すためには、速度を  $500 \text{ km/s}$  超まで上げる必要がある。しかし、そのような超銀河団の質量もまた、宇宙のその他の質量と比べると微々たる大きさである。宇宙の質量 $M_{\text{Un}}$ は次の公式によって近似的に評価することができる：

$$M_{\text{Un}} \approx \frac{4}{3} \pi \rho_{\text{Un}} R_{\text{Un}}^3. \quad (1.7)$$

ここで $\rho_{\text{Un}} \approx 10^{-26} \text{ kg/m}^3$ は宇宙における質量の平均密度； $R_{\text{Un}}$ は宇宙の半径である。宇宙の半径を近似的に評価するためには、 $R_{\text{Un}} \approx cT_{\text{Un}}$ という量を用いることができる。ここで $c$ は光速； $T_{\text{Un}} \approx 150 \text{ 億年} \approx 5 \cdot 10^{17} \text{ s}$ は宇宙の年齢、すなわち、宇宙の物質\*が超高密

度状態にあった時点から経過した時間である。したがって  $R_{Un} \approx 10^{26} \text{ m}$  が得られる。この値を方程式(1.7)に代入すると、次の値が得られる：

$$M_{Un} \approx 4 \cdot 10^{52} \text{ kg.} \quad (1.8)$$

これは銀河約 1 兆個分 (!) の質量となる。宇宙の重力場から飛び出すためには、速度をどれだけ上げる必要があるのであろうか？ 原理的には、これを計算するのは難しいことではない。宇宙の全質量によって創出される重力ポテンシャル  $\Phi_{Un}$  (以下において、我々は宇宙の全質量によって創出される重力ポテンシャルを  $\Phi_{Un}$  と表す) は、公式(1.6)に従って評価することができる：

$$\Phi_{Un} \approx -GM_{Un}/R_{Un}. \quad (1.9)$$

この方程式に宇宙の質量および半径の値を代入すると、次の値が得られる：

$$\Phi_{Un} \approx -3 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2. \quad (1.10)$$

質量  $m$  の物体が宇宙の重力場から (宇宙の限界を越えて) 飛び出すためには、物体は次の仕事をする必要がある： $A = -m\Phi_{Un}$ 。そのためには、物体は運動力学的エネルギー [kinetic energy]  $K = \frac{mV^2}{2} = -m\Phi_{Un}$  を持っていなければならない、したがって次の速度を持っていなければならない：

$$V = \sqrt{-2\Phi_{Un}} \approx 2.5 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

我々は、物体は宇宙の重力的引力に打ち勝つためには亜光速 (!) で運動しなければならないという結果を得た。自明のことだが、この場合には、運動力学的エネルギーに関する公式  $K = mV^2/2$  はもはや正しくない。しかし、我々は定性的評価を行っただけであるので、我々にとって、これはそれほど重要な問題ではない。この場合における計算には、宇宙の平均密度およびその半径の値も誤差をもたらしている。これらの量の値は、きわめて悪い精度でしか知られていない。しかし、我々は次のことだけは確実に言うことができる：宇宙の重力場の限界を越えて飛び出るためには、きわめて大きな速度、亜光速が必要である。

光速度を 2 乗しよう： $c^2 = (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2$ 。宇宙の全質量によって創出される重力ポテンシャルは光速度の 2 乗にほぼ等しい (!) という結果が得られる。

では、これが偶然の一致ではないとしたらどうするか？ そして、光速度の 2 乗に負の符号を付けたものが、宇宙の重力ポテンシャルと正確に等しいことが判明したとしたら？ 少なくとも、宇宙の質量およびサイズに関する現在のデータの精度は、次のような可能性を排除しない：

$$\Phi_{Un} = -c^2 \approx -10^{17} \text{ m}^2/\text{s}^2. \quad (1.11)$$

重力ポテンシャル  $\Phi_{Un}$  を持つ重力場中における質量  $m$  の物体の重力エネルギーは  $U = m\Phi_{Un}$  である。他方、アインシュタインの公式によれば、物体の全エネルギーは  $E = mc^2$  である。そして、 $\Phi_{Un} = -c^2$  であるとすれば、次のことが判明する：

$$E + U = 0. \quad (1.12)$$

この場合には、任意の物体に関して、その全エネルギーと重力エネルギーの合計は恒等的にゼロに等しい！ 例えばリチャード・ファインマンは、その重力に関する講義においてこれと似た評価を示していた。彼はこれについて次のように書いている：「この評価を利用すると、我々は、宇宙の全エネルギーはゼロに等しいという、きわめて興味深い結果を得る。なぜそうでなければならないかは、最大の謎の 1 つであり、したがってまた物理学の最も

重要な問いの1つである。これら全てのことに鑑みると、もし、このような謎が研究しなければならないほど重要な謎ではないのだとしたら、我々は物理学において何を解明しなければならないのかという問いを発することができるといえる」[10]。我々は、ファインマンの忠告に耳を傾けてこの問いについて研究し、第2章においてこの問いに対する答えを見出そう。その際我々は、その真偽を実験的に検証することが可能になるような答えを見出そう。

重力（重力場）は距離とともに急速に一距離の2乗に比例して(1.1)一減少する。また、宇宙の物質\*は事実上一様に分布していることから、相異なる銀河によって創出される重力は互いを均衡させ合う。例を挙げると、例えば北極星の方向に存在している宇宙の膨大な質量から我々の体の各原子に作用している重力は、それとは反対方向に存在している質量によって創出される重力によって均衡される。

重力ポテンシャルは、それとは全く異なっている。第1に、何らかの物体によって創出される重力ポテンシャルは、距離とともにゆっくりと一距離の1乗に比例して(1.5)一減少する。第2に、重力とは異なり、重力ポテンシャルはベクトルではなく、スカラーである。それゆえ、相異なる物体によって創出される重力ポテンシャルは、空間のある1点においては、ただ単に足し合わされるだけである。これら全てのことが、宇宙の全質量によって創出される重力ポテンシャルの大きさは、地球近傍空間中においてきわめて膨大になるという結果をもたらす。これは、平均するとゼロに等しく、大質量の近傍においてのみ著しく増大する全宇宙の重力場とは異なっている。

我々を取り囲んでいる空間を、その中に我々の宇宙が沈んでいる、広大な重力の海と比喩的に呼ぶことができる。重力の場は底流に喩えることができる。この海において深さの役割を演じているのは、宇宙に存在する全ての質量によって創出される重力ポテンシャルである。この海洋の深さは巨大であり、およそ  $\Phi_{Un} \approx -10^{17} \text{ m}^2/\text{s}^2$  (1.10)に達する。負の符号は、まさに、重力ポテンシャルが深さであることを示している。深さの値は単純な物理的意味を持っている。それは、1kgの質量がこの海から脱出するのに必要とされるエネルギーである。

このように、空間中を運動する物理的物体は重力の海の中を運動している。すなわち、その物体は、宇宙のその他全ての物体と相互作用しているのである。この海の巨大な深さは、まさに、その物体と宇宙のその他全ての物体との重力相互作用の膨大なエネルギーを意味している。

### § 1.3 重力ポテンシャルの一様性

我々は、物体の運動は物理法則を用いて記述できることを知っている。それは、古典力学、相対性理論および量子力学の法則である。しかし我々は、物体の運動がなぜそれらの法則に従っているのかを知らない。そんな問いは発しないことにさえなっている。

では、観測される物体の運動が、もしその物体と宇宙のその他の全質量との重力相互作用の結果であるとしたらどうなるのであろうか？ その場合には、物体の運動はその重力エネルギーに、すなわち、空間のその1点における重力ポテンシャルの大きさに依存することになる。するとこのことは、物理法則もまた重力ポテンシャルの大きさに依存していることを意味することになる。

我々は、天体観測データから、物理法則は宇宙全体において同一であることを知っている。遠方銀河では、地球上と同一の（あるいは少なくとも、ほぼ同一の）物理法則が働いている。ところが周知のように、重力ポテンシャルは大質量の近傍では大きく変化する。このことは、物理法則は重力ポテンシャルの大きさに依存している可能性があるという我々の予想と矛盾していないであろうか？

重力ポテンシャルが大質量の近傍でどれだけ強く変化するのかについて検討しよう。周

真空間の重力ポテンシャルと比べた地球の表面上における重力ポテンシャルの変化 $\Delta\varphi$ は次のようになる： $\Delta\varphi = -GM/R$ 。ここで $R \approx 6.4 \cdot 10^6 \text{ m}$ は地球の半径； $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ はその質量である。その結果、次の値が得られる：

$$\Delta\varphi \approx -6 \cdot 10^7 \text{ m}^2/\text{s}^2. \quad (1.13)$$

太陽の表面上における宇宙の重力ポテンシャルは、地球の表面上における重力ポテンシャルとおよそ次の値だけ異なることになる： $\Delta\varphi_S \approx -GM_S/R_S$ 。ここで $R_S \approx 7 \cdot 10^8 \text{ m}$ は太陽の半径； $M_S \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ はその質量である。簡単な計算をすると、次の値が得られる：

$$\Delta\varphi_S \approx -2 \cdot 10^{11} \text{ m}^2/\text{s}^2.$$

これはきわめて大きな値である。しかし、これは宇宙の重力ポテンシャル $\Phi_{\text{Un}}$ の値(1.10)と比べると極端に小さい：

$$|\Delta\varphi_S| \ll |\Phi_{\text{Un}}| \text{ および } \Delta\varphi_S/\Phi_{\text{Un}} \approx 6 \cdot 10^{-6}. \quad (1.14)$$

このことは、宇宙の重力の海の平均深さを暫定的に例えば  $1 \text{ km}$  とすると、太陽近傍においては深さがわずか  $6 \text{ mm}$  しか増大しないということの意味している。

我々の銀河系の内部における重力ポテンシャルが、銀河間空間中におけるよりどれだけ深いかを計算しよう： $\Delta\varphi_{\text{Gal}} \approx -GM_{\text{Gal}}/R_{\text{Gal}}$ 。ここで $R_{\text{Gal}} \approx 5 \text{ 万光年} \approx 5 \cdot 10^{20} \text{ m}$ は我々の銀河系の半径； $M_{\text{Gal}} \approx 10^{41} \text{ kg}$ はその質量である。その結果、次の値が得られる：

$$\Delta\varphi_{\text{Gal}} \approx -10^{10} \text{ m}^2/\text{s}^2 \text{ および } \Delta\varphi_{\text{Gal}}/\Phi_{\text{Un}} \approx 3 \cdot 10^{-7}. \quad (1.15)$$

銀河系の質量の著しい部分が、大きさがおよそ  $100 \text{ 光年}$ の銀河核にある（つまり、銀河核のサイズは銀河系のサイズの  $1000$  分の  $1$  である）と仮定すると、この場合には、銀河中心の近傍における重力ポテンシャルの変化は $\Delta\varphi_{\text{Gal}}$ のおよそ  $1000$  倍であり、 $\Delta\varphi_{\text{GalC}} \approx -10^{13} \text{ m}^2/\text{s}^2$ という値になる。しかしこの値もまた、宇宙の重力の海の平均深さと比べればきわめて小さい：

$$\Delta\varphi_{\text{GalC}}/\Phi_{\text{Un}} \approx 10^{-4}. \quad (1.16)$$

おとめ座中の超銀河団の内部における重力ポテンシャルは、超銀河団間の空間中（超銀河団同士の間にはおよそ  $3 \text{ 億光年}$ の巨大な距離がある）におけるより次の値だけ大きくなる： $\Delta\varphi_{\text{Cl}} \approx -GM_{\text{Cl}}/R_{\text{Cl}}$ 。ここで $R_{\text{Cl}} \approx 5000 \text{ 万光年} \approx 5 \cdot 10^{23} \text{ m}$ は超銀河団のサイズ； $M_{\text{Cl}} \approx 10^{44} \text{ kg}$ はその質量である。計算をすると次の値が得られる：

$$\Delta\varphi_{\text{Cl}} \approx -10^{12} \text{ m}^2/\text{s}^2. \quad (1.17)$$

この値もまた、宇宙の重力ポテンシャルの値(1.10)と比べるときわめて小さい。

こうして我々は、宇宙の重力ポテンシャルの深さは、宇宙の膨大な遠方質量によって**事実上完全に決定されている**ことを解明した。それと同時に、我々に近い所に位置している恒星や銀河は、重力の海の深さをパーセンテージではきわめて微々たる大きさしか増大させていない。それゆえ、物理法則は重力ポテンシャルの大きさに依存していると予想すれば、少なくとも、それらの法則が宇宙全体において同一である理由が明らかになる。これは、重力ポテンシャルの大きさが宇宙全体においてよい精度で同一であることから導き出される帰結である。

では、物理法則は重力ポテンシャルの大きさに依存しているという我々の予想は、いったい何を意味しているのであろうか？ そのような予想には、どのような物理的意味が含まれているのであろうか？

例えば太陽の近傍では、重力ポテンシャルはごくわずかではあるが、しかしそれでもやはり変化している。このことは物理法則においてどのような変化を引き起こす可能性があるのであろうか？ また、宇宙の果てでは(言うまでもなく、宇宙に果てがあればの話だが)、重力ポテンシャルの深さは著しく減少するはずである。この場合には、そこではどのような運動法則が働くことになるのであろうか？ もしかしたら、そこではそもそも物理法則は働かなくなるのであろうか？

我々はこの先(第2章および第3章)において、これらの問いに対する答えを見出すことになる。そして最も重要なのは、それらの真偽を実験的に検証することが可能であるということである。

#### §1.4 重力の特徴

重力相互作用は、それを他の相互作用(例えば電磁相互作用)とは異なったものにして、明確な特異な特徴を持っている。そこで本節では、我々は重力の最も重要な特徴について手短かに検討することにしよう。

第1に、重力場中における物体の加速度はその質量に**依存しない**。それゆえ、全ての物体は重力場中において同じ加速度で運動する。一方では、物体の加速度はそれに作用する力に比例しており、したがってまたその重力質量に比例している(1.1)。他方では、物体の加速度はその慣性質量に反比例している(1.2)。このように、リチャード・ファインマンがその重力に関する講義で書いているように、「重力に関する第1の驚くべき事実は、慣性質量と重力質量の比が一定であるということである。我々ここではその比を検証しないほうがよいであろう」[10]。

「重力に関する第2の驚くべき事実は、その相互作用がきわめて弱いということである」[10]。その例として、2個の電子について検討しよう。一方では、それらの間では電気的斥力 $F_e$ が働いている。他方では、それらの間では重力的引力 $F_{gr}$ が働いている。次式を計算するのは難しいことではない：

$$\frac{F_e}{F_{gr}} \approx 4 \cdot 10^{42}. \quad (1.18)$$

次に、将来、重力と電気を統一する物理理論(既にアインシュタインがその創出に取り組んでいた、いわゆる統一理論)が構築されたと仮定しよう。そのような理論は(1.18)の巨大な数の起源も説明するに違いない。例えばポール・ディラックは、この数の起源を説明するため、さらにもう1つのそのような大数を見付けようと頑張った。彼は、光が原子核を通過する時間に対する宇宙の年齢の比がほぼ(1.18)の数に等しいことに注目した。それゆえ彼は、この数は宇宙の年齢と何らかの形で関係しており、したがって宇宙の年齢とともに増大すると予想した。彼はこの予想との関連において、重力定数は宇宙の年齢に依存しており、時間とともに減少するという予想さえをも提起した。しかし、どうやらこれは正しくなかったようである (§1.11におけるファインマンの反論参照)。

我々の宇宙の全エネルギーとその重力エネルギーとの合計が(宇宙物理観測の限界内において)ゼロに等しいということ(我々は既に§1.2でこれについて記述した)もまた、重力の謎に含めることができる。

重力の普遍的性格—自然界に存在する**万物**が重力相互作用に関与していること—も、重力の本質的な特徴となっている。それだけでなく、重力は常に引力のみであり、重力的斥力はまったく存在しない。

そして最後に、次のことに注目することができる。我々の世界をその最も根底において支配している法則—それは、量子力学の法則である。言い換えると、**全ての物理的相互作用の基礎には、不確定性原理が横たわっている**のである。

しかし、ニュートンの引力の法則も、一般相対性理論においてアインシュタインによってなされたその修正も、この基本原理をまったく考慮していない。例えばリチャード・ファインマンはこれについて次のように書いている「我々の物理理論を首尾一貫したものにするためには、アインシュタインによって改変が加えられたニュートンの法則が、不確定性原理と整合させるためにさらに改変されるべきか否かを理解することが重要であろう。この後者の改変は、今のところまだ成し遂げられていない」[7]。

我々はこの先において、(11.1)の「偶然の」一致に基づきながら、重力相互作用の上に列挙した**全て**の特徴を説明することを可能にする**量子重力理論**を構築しよう。

しかし新理論の構築に取り掛かる前に、現代物理学の基礎に横たわっている主要な法則、およびそれらの法則と関係している諸問題について手短かに検討しよう。

### § 1.5 慣性の法則

古典力学（ニュートン力学）の基礎をなしているのは慣性の法則である。この法則の主旨は、自由運動する物体の速度は一定に保たれるということである。言い換えると、物体に対していかなる力も作用しない（あるいは少なくとも全ての力の合力がゼロに等しい）場合には、その物体はいくらでも長い時間、同一の方向に、同一の速度で運動し続ける。例えば何らかの恒星の破片は、他の何らかの破片と衝突しない限り、銀河間の空間中を同一の速度で何百万年も運動することができる。

一見したところ、慣性の法則は単純で自明であるように見える。しかし、それは違う。もし慣性の法則が自明であるのなら、この法則はガリレイよりずっと前に発見されたはずである。現在知られている限りでは、ガリレイは運動の問題について考えただけでなく、様々な物体を用いて実験を行った最初の人間であった。彼は、地表面に沿って運動する物体は摩擦力の作用下で停止することに気付いた。摩擦がより小さいほど、物体はより長い時間運動する。ガリレイは、摩擦の非存在下では物体はいくらでも長い時間運動することができることに気付いた。そして、任意の物体の自然状態は運動状態であり、静止状態ではないという結論を下した。ところが慣性の法則は、今に至るまでいかなる理論的根拠も持っていない。例えばリチャード・ファインマンはこの件についてこう書いている：「しかし、自由運動は目に見えるいかなる原因も持っていない。物体が直線に沿って永久に飛び続ける能力を持っているのはなぜなのかを、我々は知らない。慣性の法則の起源は今なお謎であり続けている」[11]。

慣性の法則が一見したところそう見えるほど単純ではないことを示すためには、次の問いを与えれば十分である。物体の速度は何に対して一定なのか？ 物体の速度が一定に保たれることができるのは、その運動速度も一定な、別の物体に対してのみであることは明らかである。しかし、別の物体の速度が一定であることを、我々はどこから知るのであるのか？

この閉じた循環から離脱するため、物理学では慣性基準系といった概念が導入される。定義によれば、慣性基準系とは、その中において慣性の法則が実現されるような基準系である。すなわち、自由運動物体は、慣性基準系に対して一定速度で運動するのである。これは定義にすぎないことを強調しよう。

そしてそれに続いて、慣性の法則に対して次の定式化が与えられる。**少なくとも1つの慣性基準系が存在する**。これはもはや公理である。この公理はニュートンの第1法則という名前を持っている。慣性基準系に対して一定速度で運動する任意の基準系もやはり慣性基準系であることに気付くことができる。

このように、自由運動物体は、慣性基準系に対して一定速度で運動しているのである。物体の運動は、慣性基準系と何らかの形で関係しているという結果が得られる。しかしな

にしる、慣性基準系とは抽象的概念にすぎないのだ！ この概念は運動の記述上の便宜のために物理学に導入されたものである。いったいどうすれば物体の運動を抽象的概念と関係付けることができるのであろうか？

言うまでもなく、慣性基準系を現実にも創出することは可能である。例えば、エンジンを止めて恒星間を飛行している宇宙船は高い精度を持った慣性基準系となる。この場合には、自由運動物体はその宇宙船に対して一定速度で運動することになる。しかし、これはさらに不可解なことである。なぜなら、今度は、物体の運動が何らかの形で宇宙船の運動と関係しているということになるからである。

ニュートンの第1法則は、少なくとも1つの慣性基準系が存在するというのみを主張している。しかしこの法則は、その慣性基準系が存在するのは**なぜなのか**については、何も我々に語っていない。この法則は、自由運動物体と慣性基準系との間の関係付けが**物理的に**どのように行われているかについても、何も我々に語っていない。慣性基準系の存在—それは、現代物理学における未解決問題である。

静止している恒星と関係付けられている基準系はきわめて高い精度を持った慣性基準系であることが実験からも知られている。言うまでもなく、実際には恒星は静止していない。それらはきわめて大きい速度（秒速数百 km）で運動している。しかし、それらは我々からきわめて遠方に存在しているため、それらの運動は事実上目で見分けることができない。

では、もしかしたら、**物体の慣性運動は、静止している恒星と何らかの形で関係付けられているのであろうか？**

次節ではこのテーマに関する考察がなされる。

## §1.6 マッハの原理

さて、物体は、それに作用する力の非存在下では一様かつ直線的に運動する。そして物体がその進路から逸脱するようにするためには、力を印加する必要がある。物体の質量がより大きいほど、その運動を変化させることはより困難となる。質量 $m$ の物体に加速度 $\vec{a}$ を伝えるためには、次の力を印加する必要がある： $\vec{F} = m\vec{a}$ 。ニュートンの第2法則はこう主張している。したがって、任意の質量は加速に対して抵抗を示す。再び疑問が生じる：それは何に対する加速なのか？

正しい答えはこうだ（これは任意の物理学の教科書で読むことができる）：慣性基準系に対する加速である。しかし、既に指摘したように、慣性基準系は便宜上の概念にすぎない。物体と慣性基準系との間には、どのような**物理的**関係が存在し得るのであろうか？

19世紀末、オーストリアの物理学者エルンスト・マッハが次の仮説を提起した（これは後にマッハの原理と名付けられた）。**慣性基準系は、静止している恒星—宇宙の遠方質量—のおかげによってのみ存在している。**このとき、宇宙の質量中心は自然の慣性基準系となっている。そして自由運動物体は、宇宙の質量中心に対して—遠方の大質量物体に対して—一定速度で運動している。この場合、**物体は、静止している恒星に対して加速するという理由によってのみ、加速に対して抵抗を示す。**

ここでは、次の比喩を挙げることができる。運動が運動しているか否かにかかわらず、物体に対して作用する場が存在する。それは、例えば重力場や電場である。しかし、例えば磁場は、運動する電荷に対してのみ作用する。慣性力は、ある意味において磁力に喩えることができる。慣性力は、質量が静止している恒星に対して加速度運動している場合のみ発生する。それはまるで、恒星がその膨大な質量によって慣性力の場を創出しているかのようである。

物理学者たちがマッハに尋ねた：もし恒星を除去したとすると、物体はもはや加速に対

して抵抗を示さなくなり、自分の慣性を失うということになるのではないか？ しかしマッハは、それに直接答えることを避けた。

マッハの原理に対して大きな共感を持っていたアルベルト・アインシュタインは、この問題ではマッハよりはるかに首尾一貫していた。彼は、一般相対性理論の創出に取り組んでいた時期には、マッハの原理が彼の理論の中で然るべき具現化を見出すことを期待していた。当時、彼はこう書いている：「(略) 首尾一貫した相対性理論においては、“空間”との関係では慣性を決定することができないが、しかし、質量同士の関係では質量の慣性を決定することができる。それゆえ、もし私がある1つの質量を他の全ての質量から十分大きな距離まで遠ざけたとすると、その質量の慣性はゼロに向かっていく。この条件の数学的な定式化を試みよう」[1]。すなわち、アインシュタインは、宇宙の全ての質量から十分大きな距離では、物体は慣性を持たなくなると主張していたのである。パウリもまた、アインシュタインのこの見解と完全に同意見であった：「マッハがニュートン力学のまさにこの上記の欠点を明確に認識し、絶対的加速を、宇宙のその他の質量に対する加速に替えたため、アインシュタイン[1]はこの公準をマッハの原理と名付けた。この原理は、特に、物質\*の慣性はその周囲の質量によってのみ決定されること、したがって他の全ての質量が遠ざけられた場合には消滅することを要請している。なぜなら、相対論的観点から見ると、絶対的加速に対する抵抗について語ることは、いかなる意味も持っていないからである(慣性の相対性)」[49]。

それにもかかわらず、一般相対性理論が構築されたとき、それはマッハの原理を満たしていないことが判明した。そこで20世紀全体を通じて、マッハの原理に基づいて物理理論を構築しようとする試みが様々な科学者たちによってなされた。しかし、それらの試みは成功しなかった。マッハの原理は現代物理学にまったく融合しないのではないかという印象が生まれている。

例えば1974年に出版された『ソビエト大百科事典』の第15巻には、この原理について次のように書かれている：「(略) マッハの原理は、宇宙全体の構造と性質の解明を目標とする理論的研究において幅広く引用されている。その際には、アインシュタインの一般相対性理論およびその他の重力理論に基づいた宇宙論の結論との間におけるマッハの原理の整合性という問題が深刻な矛盾に突き当たっており、それらの矛盾が、マッハの原理は誤りである、あるいは実験的に検証不可能であるという考えを引き起こしている」[19]。

『バークレー物理学コース』では、この件についてこう書かれている：「慣性基準系の存在は、いまだに答えのない難問をもたらしている：宇宙のその他全ての物質\*は、地球上の実験室中で行われる実験に対してどのような影響を及ぼしているのか？」[12]。そしてさらに：「(略) 意味を持っているのは静止している恒星に対する加速のみであるという見解は、普通、マッハの原理と呼ばれている仮説である。この見解の実験的裏付けも反証も存在しないにもかかわらず、アインシュタインを含む一部の物理学者たちは、この原理は*a priori*に興味深いと判断している。その他の物理学者たちはそれとは反対の見解を堅持している。この問題は理論的宇宙論にとって意義を持っている。任意の単一粒子の状態に対して宇宙のその他の部分全体の平均的運動が影響を及ぼしているとみなした場合には、これに関連した多数の疑問が生じて来る。そして、これらの疑問に対する答えに行き着く道筋は、今のところ見えていない。単一粒子の性質と宇宙のその他の部分の状態との間における、それ以外の何らかの相互関係が存在するのであろうか？ もし宇宙の粒子数またはそれらの分布密度が何らかの仕方に変化したならば、電子の電荷もしくは質量、または核子間の相互作用エネルギーは変化するのでしょうか？ 遠方宇宙と個別粒子の性質との間の関係に関するこの深遠な問題に対する答えは、現在に至るまで存在しない」[12]。

このように、現在、マッハの原理が正しいか否かは知られていない。この原理をどのようにして実験的に検証するのも不明である。

それにもかかわらず、それでもやはり、マッハの原理の正しさを裏付ける1つの実験的証拠が存在する。それは、宇宙の自転の角速度がゼロに等しいという事実である。この事実は、残存放射の非等方性の測定実験において高い精度で立証された（少なくとも、宇宙の自転周期は $10^{17}$ 年超である）[20,21]。ニュートンの重力理論の観点から見ると（また、一般相対性理論の観点から見ても）、この事実はあり得ない偶然である。しかしマッハの原理からは、宇宙は慣性基準系に対して自転することができないということが直ちに導き出される。なぜなら、その場合には、慣性基準系が宇宙と一緒に自転するはずであるからである。

また、マッハの原理は19世紀末に提起されたものであり、それゆえ、古典ニュートン力学の枠内で定式化されたという点に注目すべきである。20世紀には、相対性理論や量子力学といった物理学の基本領域が現れた。それゆえ、現代物理学におけるマッハの原理の位置を見出すためには、相対性理論および量子力学の成果を考慮する必要がある。

今度は、それらの理論の基礎について検討しよう。そして次に、第2章で再びマッハの原理に関する考察に立ち戻り、この原理からどのような結論が導き出されなければならないかについて考えよう。

### § 1.7 特殊相対性理論

特殊相対性理論の基礎をなしているのは光速度不変の原理である。この原理の意味は、光速度の大きさは観測者の運動に依存しないということである。我々は光に向かって、あるいは逆にその反対方向に任意の速度で運動することができるが、いずれの場合にも、光は我々のそばを同一の速度— $300\,000\text{ km/s}$ —で通過することになるのだ！そしてこれは実験的事実である。

20世紀初頭には、多くの科学者がこれを信じることを断固として拒否していた。謎を解いたのは、当時誰にも知られていなかった青年、アルベルト・アインシュタインであった。アインシュタイン以前には、時間の流れる速度は常に、かつ至る所で同一であると暗黙のうちに理解されていた。それゆえ、光速度がどのようにして相異なる基準系中において同一に保たれることができるのかは分からなかった。

アインシュタインは、運動基準系中では時間は別の流れ方をするのだと判断した。そのとき、時間の流れる速度は、その基準系中における光速度が同一に保たれるように変化する！それゆえ、アインシュタインは、光速度は全ての基準系中において同一であるということ新たな法則として採用した。そしてこのことから出発して、ある基準系から別の基準系に移行したとき、時間および距離がどのように変化するかを計算した。こうして、**運動基準系中における時間および距離の尺度は、常に、光がその基準系に対して  $300\,000\text{ km/s}$  の速度で運動することになるように変化する。**

ここで、次のコメントをすることができる。アインシュタインは、ある基準系から別の基準系に移行したとき、時空の尺度が変化するのに対し、光速度は不変に保たれると判断した。しかし彼は、**なぜ**そのようなことが生じるのかを説明しなかった。他ならぬ光速度（速度  $300\,000\text{ km/s}$ ）が、**それは**基準系の運動に**依存しない**という特権を物理的世界において持っているのはなぜなのか？我々は、**光速度はなぜ観測者の運動に依存しないのか**という問いに対する答えを第2章で見出すことになる。

ある基準系から別の基準系に移行したとき、時間および距離がそれに従って変化する法則はローレンツ変換と呼ばれている。この変換の名前はローレンツにちなんで付けられた。なぜなら、彼は物理学の全く別の領域の研究を行っているとき、アインシュタインより前にこの変換を発見したからである（彼が発見したのは、そのときマクスウェル方程式が不変に保たれるような変換だった）。この変換の要点は、静止基準系の視点から見ると、運動

基準系中における時間は $\gamma$ 倍ゆっくり流れ、全ての物体の長さは運動方向にやはり $\gamma$ 分の1に収縮する。ここで $\gamma$ は次の値である：

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \quad (1.19)$$

ここで $V$ は基準系の運動速度； $c$ は光速である。

ここでは、物理的観点から見ると、2つの基準系（「静止」基準系と「運動」基準系）は絶対的に等価であることを強調する必要がある。したがって我々が運動基準系中にいる場合には、我々の視点から見ると、運動しているのは「静止」基準系であり、我々はその中では時間が $\gamma$ 分の1に遅くなり、全ての物体の長さが $\gamma$ 分の1に収縮することに気付く。方程式(1.19)から分かるように、 $V \ll c$ の場合には、 $\gamma$ の値は事実上1に等しい。全ての相対論的效果（長さの縮み、時間の遅れ [=減速]）は、亜光速のときにのみ顕著となる。

このように、相対性理論においては（古典力学とは異なり）、ある基準系から別の基準系に移行したとき、時間も距離も変化する。それにもかかわらず、相対性理論には、それでもやはり、全ての慣性基準系中において同一に保たれる1つの量が存在する。それは、事象間の間隔 $s$ である。定義により、時刻 $t_1$ に点 $(x_1, y_1, z_1)$ で生じた事象と時刻 $t_2$ に点 $(x_2, y_2, z_2)$ で生じた事象との間隔の2乗は次式に等しい：

$$s^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2. \quad (1.20)$$

光速の大きさは全ての慣性基準系中において同一となることから出発すると、間隔の2乗の値が全ての慣性基準系中において同一となることを示すのは難しいことではない [5; §2]。

数学的観点から見ると、間隔は、仮想4次元空間中の2点間の距離とみなすことができる（この空間は、光速 $ct$ が掛けられた時間座標が追加されている、普通の3次元空間である）。このような4次元空間の幾何学は擬ユークリッド空間と呼ばれている。なぜなら、その幾何学は、そこでは2点間の距離 $r$ の2乗が次式に等しい、普通のユークリッド幾何学に類似しているからである：

$$r^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2.$$

### §1.8 質量とエネルギー

質量 $m$ の物体は力 $\vec{F}$ の作用下で加速度 $\vec{a} = \vec{F}/m$ を得る。しかし、物体の加速度は異なる基準系中では異なったものになる（なぜなら、異なる基準系中では時間および距離の尺度が異なっているからである）。したがって、物体の慣性質量（加速に対する物体の抵抗の尺度としての慣性質量）もまた、異なる基準系中では異なったものになる。アインシュタインはローレンツ変換を用いて、物体の慣性質量 $m$ は物体の速度 $V$ に依存して次のように変化するという結論に達した：

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \quad (1.21)$$

ここで $m_0$ は静止物体の質量である。

物体の質量が物体の速度に依存して変化するので、普通の形でのニュートンの第2法則(1.2)はもはや適用することができない。それにもかかわらず、ニュートンの第2法則は、それを次の形で表せば、特殊相対性理論においても依然として妥当する [7]：

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{V}) = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\vec{V}\right).$$

方程式(1.21)から分かるように、物体の速度が増大すると、その質量（慣性）は増大する。そのとき、物体の加速に向けられたエネルギーの一部は物体の質量増大に費やされる。言い換えると、エネルギーは質量に、またその逆に、質量はエネルギーに転化することができる。それゆえアインシュタインは、任意のエネルギーは慣性質量を持っており、任意の慣性質量はその中にエネルギーを潜在的に含有しているという結論に達した。

これが物体と質量 $m$ と物体の全エネルギー $E$ とを関係付ける、アインシュタインの有名な公式である：

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \quad (1.22)$$

一般的な場合には、任意の物理的物体（固体、素粒子、電磁放射、等々）の全エネルギーは次の値となる：

$$E = m_{\text{in}} c^2. \quad (1.23)$$

ここで $m_{\text{in}}$ はその物体の慣性質量である。これに対応して、静止物体の全エネルギー $E_0$ の全エネルギーは次の値となる：

$$E_0 = m_0 c^2. \quad (1.24)$$

この公式から、例えば質量1 kgの物体の全エネルギーはおよそ100 000 000 000 000 000 J (!)に等しいことが導き出される。

このとき、相対性理論の枠内ではそれに対する答えが存在しない、ある自然な問いが生じて来る。質量がこのような巨大なエネルギーを持っているのはなぜなのか？我々は、この問いに対する答えを第3章で見出すことになる。

### § 1.9 一般相対性理論

ニュートンの重力理論では、物体の相互作用は瞬時に生じることが想定されている。しかし、特殊相対性理論の創出後、任意の相互作用は有限速度で伝達されることが明らかになった。こうして、ニュートンの重力方程式を変更する必要性が現れた。

それだけでなく、ニュートンの重力理論では、物体の重力質量と慣性質量は等しいことが想定されている。このことは、例えば、万有引力の法則(1.1)とニュートンの第2法則(1.2)の両方に同一の質量が含まれていることから分かる。しかし特殊相対性理論からは、物体の質量はその速度の増大とともに増大することが導き出される。それゆえ、次の問いが自然に生じて来る。物体の重力質量はその速度の増大とともに増大するのであるか？

アインシュタインの時代における実験の精度は、この疑問に対する一義的な答えを与えることを可能にできなかった。それにもかかわらず、アインシュタインは、相対論の場合においても重力質量と慣性質量は等しくなると予想した [1]。そして彼は正しかったことが判明した。

アインシュタインは慣性質量と重力質量との相等性を用いることによって特殊相対性理論を重力場の場合にうまく一般化し、重力理論—一般相対性理論—を構築した。一般相対性理論については、我々は第4章および第12章でより詳しく考察する。

現在では、多数の実験のおかげで、慣性質量 $m_{\text{in}}$ と重力質量 $m_{\text{gr}}$ はきわめて高い精度で等しいことが突きとめられている [18, vol.5] :  $\left| \frac{m_{\text{in}}}{m_{\text{gr}}} - 1 \right| < 10^{-12}$ 。それゆえ、物体の慣性質量はその重力質量と正確に等しいということが一般に受け入れられている：

$$m_{\text{in}} = m_{\text{gr}}. \quad (1.25)$$

しかし、この等式は理論的根拠を持っていない。すなわち、慣性質量が重力質量と常に等しい理由は知られていないのである。我々は等式(1.25)の理論的根拠を第3章で見出すことになる。

### §1.10 量子力学

相対性理論は古典的世界像に著しい変化をもたらした。しかしそれでもやはり、物理学における真の革命を起こしたのは、他ならぬ量子力学であった。

量子力学は、「古典力学による理解とは原理的に異なる運動の理解に基礎を置いている。量子力学には、粒子の軌道という概念は存在しない。このことが、いわゆる**不確定性原理**—ハイゼンベルクによって発見された、量子力学の基本原則の1つ—の内容をなしている」[6]。

電子（あるいはそれ以外の任意の量子物体）は、連続線（軌道）に沿ってではなく、何かそれとは別の仕方で運動している。各時刻において、電子は確定した位置も、確定した速度も持っていない。「測定の結果、電子が確定した座標を得た場合には、そのとき、電子はそもそもいかなる確定した速度も持たない。それとは逆に、電子が確定した速度を持っている場合には、電子は空間中において確定した位置を持つことができない」[6]。

電子はいったいどのように運動しているのだろうか？

電子の運動は（それ以外の任意の量子物体と同様に）、複素波動関数 $\Psi$ によって記述される。1個の電子に関する一般的な場合には、波動関数 $\Psi$ は4つの変数に依存している。それは3つの空間座標と時間である。電子が所与の時刻 $t_0$ に所与の空間点 $(x_0; y_0; z_0)$ に存在しているか否かを知ることが我々は欲しているとしよう。電子の波動関数が知られている場合には、答えは次のようになる：時刻 $t_0$ に空間点 $(x_0; y_0; z_0)$ で電子を見出す確率密度 $\rho_W$ は、波動関数の絶対値の2乗に等しい：

$$\rho_W = |\Psi(t_0; x_0; y_0; z_0)|^2. \quad (1.26)$$

このように、量子力学は古典力学とは異なり、運動の確率的記述のみを与える。

一般的な場合には、電子の運動における不確定性は、第1に電子の位置における不確定性 $(\Delta x; \Delta y; \Delta z)$ 、第2に電子の運動量における不確定性 $(\Delta p_x; \Delta p_y; \Delta p_z)$ を特徴付けることができる。

さて、電子（あるいはそれ以外の任意の量子物体）の場合には、次の不等式が常に満たされる [6]：

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2, \quad \Delta y \Delta p_y \geq \hbar/2, \quad \Delta z \Delta p_z \geq \hbar/2. \quad (1.27)$$

ここで $\hbar \approx 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ はプランク定数である。これらの不等式、あるいはそれらと呼ばび変えた「不確定性関係」は1927年にハイゼンベルクによって確立された。

ときおり、電子は完全に確定した軌道に沿って運動しているという意見（ちなみに、これはきわめて広く流布している意見である）を聞くことがある。それによれば、電子は各時刻に確定した空間点に存在している。ただ単に、それがどこに存在しているかを我々が知らないだけだ。そして我々が何らかの物理的装置を用いて電子の位置を知ろうとすると、それによって我々が電子に作用し、その結果、電子のその先における運動を予言する可能性を我々は失ってしまうのだ。この観点から見ると、ハイゼンベルクの不確定性関係は、

真の運動軌道を我々が知らないことの反映にすぎない。

それは違う。電子がどこに存在しているかを我々が知っているか否かは、まったく重要ではない。あらゆる場合に、電子の運動は、例えば石ころの運動とは**原理的に異なっている**のである。結晶上における電子の回折は周知の実験的事実である。しかし、石ころを開いている窓を通していくらでも好きなだけ投げつけることが可能だが、そのとき、いかなる干渉像も現れない。電子の位置を我々が知らないことが、電子の異常な挙動の原因にはなり得ないことは明らかである。

例えばリチャード・ファインマンは量子物体の異常な挙動について次のように書いている：「きわめて小さい物体の挙動は、あなたが日常的に出会ってものには似ていない。それらの物体は、波のようにも、粒子のようにも、雲のようにも、ビリヤードボールのようにも、あるいはばねに吊り下げられたおもりのようにも振る舞わない。一言でいえば、それらの物体は、あなたが今までに見たことのあるもののうちの、どれにも似ていないのである」[8]。そしてさらにこう書いている：「原子の挙動は我々の日常的経験にはあまりにも似ていないので、それに慣れるのはきわめて困難である。科学の初心者にとっても、経験を積んだ物理学者にとっても、誰にとってもその挙動は奇妙で、霧のようにつかみどころがない。大科学者たちでさえ、彼らがそうしたいと望むほどその挙動を理解していない。そしてこれはまったく自然なことである。なぜなら、人間の直接的な経験全体、その直観全体—その全ては大きな物体の方を向いているからである。我々は、大きな物体には何が起こるかを知っている。しかし、ごく微小な物体はそんなようには振る舞わない」[8]。

このように、**微視的世界の粒子の運動は、巨視的物体の運動とは原理的に異なっている**。微視的世界では、粒子は連続軌道に沿って運動しない。それらの運動には不確定性があり、その不確定性により、**粒子の運動は偶然性と予測不可能性を持っている**。

我々は第5章で量子物体の奇妙な挙動に立ち戻る。この章全体は量子力学のパラドックスの記述をテーマとしている。そして第6章では、それらのパラドックスを一目瞭然たる形で説明する、新たな量子物体の運動モデルが提唱されることになる。

### §1.11 基本定数

我々は§1.3において、物理法則は宇宙の重力ポテンシャル $\Phi_{Un}$ の値に依存している、すなわち宇宙のその他全ての物質\*の分布に依存している可能性があるという予想を述べた。このような予想が何を意味しているかは、今は完全には明らかではない。例えば宇宙が膨張しているとすると、宇宙によって創出される重力ポテンシャルは減少する。このことは、物理法則においてどのような変化を引き起こす可能性があるのであろうか？

他方では、物理法則の公式には様々な定数値が含まれている。例えばニュートンの万有引力の法則には重力定数が含まれており、相対性理論では光速が、量子力学ではプランク定数が重要な役割を演じている、等々といったように。さてそこで、もしかしたら、**基本物理定数は宇宙のその他の物質\*の分布に何らかの形で依存しているのではなかろうか？**

基本物理定数（光速、電子の電荷、重力定数、プランク定数、微細構造定数、電子の質量…）の値は実験条件に依存して変化するという予想が、20世紀を通じて

一度ならず述べられていた。そのいくつかの例を挙げよう。

1930年代、ピョートル・カピッツアは、彼以前に創出されていたものより10倍強力な、きわめて強力な磁場を創出した。このこととの関連で、多数の科学者たちが、強力な磁場が光速度に及ぼす影響の研究に関する実験を行うことを彼に勧めた。これについて最も根気強く彼と話し合ったのはアルベルト・アインシュタインであった。なぜなら、アインシュタインは、強力な磁場中では光速度が変化する可能性があるかと予想していたからである [22]。

アインシュタイン自身は、光速度不変についてこう書いている：「何らかの過程（例えば真空中における光の伝播）の進行が、世界におけるその他全ての過程と無関係であるとみなすことができるということはあり得ないと、私には思われる」 [1]。

1999年、宇宙進化の初期段階においては、光速度は現在より著しく大きかったという仮説が考察されている論文が雑誌“Physical Review”に発表された。著者らの意見によれば、そのような予想は多数の宇宙論上の問題を解決することを可能にするはずである [23, 24]。

既に§1.4で指摘したように、ポール・ディラックはかつて、重力定数は時間の経過とともに減少する可能性があるという仮説を提起した。彼はこの予想をその講義「宇宙論と重力定数」で述べた [25]。ファインマンはその物理学に関する講義で彼にこう反論した：「この考えを検証する方法の1つはこうだ。次の問いを与えよう： そのとき、過去 $10^9$ 年（地球上に生命が出現した時代）の間に、すなわち宇宙の年齢の $1/10$ の間に、何が変化しなればならなかったのか？ 太陽の構造を検討すると、重力が10%増加したとき、太陽は10%ではなく、それより著しく明るくなはずであることが判明する。すなわち、太陽の光度は、重力定数の6乗 (!) として増大したはずである。重力がこのように変化したとき、地球が太陽にどれだけ接近するかを計算することができる。結局、地球は $100^\circ$ 以上熱くなり、したがって海の水全体が蒸気に転化したはずであることが明らかになる。それゆえ我々は、世界が老いるにつれて重力定数は変化するということを今では信じていない。それでもやはり、我々が挙げた論拠はそれほど説得力がなく、そのため、問題は最後まで解明されなかった」 [7]。

最新データ [18, Vol.5] によれば、 $\left| \frac{dG}{dt} \times \frac{1}{G} \right| < 10^{-11} \text{ yr}^{-1}$  である。

ロバート・ディッケは、宇宙の膨大な質量が実験室における諸過程にどのような影響を及ぼす可能性があるかを計算した。彼はこのこととの関連で、基本定数が持っている可能性がある、宇宙における物質の分布に対する依存性に関する問題を詳しく考察している [26]。

しかし、現在の物理学的観測結果（例えばクエーサーや電波銀河のスペクトル線の分裂の微細構造に関するデータ）は、遠い過去においてさえ、微細構造定数 $\alpha$ は現在の値と著しく異なっていないと主張することを可能にしていること [27, Vol.3] に注目するべきである：

$$\alpha = \frac{e^2}{ch} \approx \frac{1}{137}.$$

ここで $e$ は電子の電荷の大きさである。

## § 1.12 現代物理学の疑問

本章の締めくくりとして、我々がこれまでに既に考察した、現代物理学の最も重要な疑問を列挙しよう。

1. 宇宙における物質\*全体の分布（例えば重量ポテンシャル $\Phi_{Un}$ の値）は物理過程の進行に影響を及ぼしているか否か？
2. 光速の2乗が宇宙の重力ポテンシャルと（観測誤差の範囲内で）等しいという事実は偶然か否か？：

$$c^2 = -\Phi_{Un}.$$

3. 慣性基準系の存在は宇宙の遠方質量と関係しているか否か？
4. ある基準系から別の基準系へ移行したとき、他ならぬ光速が定数値に保たれるのはなぜか？
5. 静止物体中において、 $E_0 = m_0 c^2$ のような巨大なエネルギーはどこから現れたのか？
6. 物体の慣性質量がその重力質量ときわめて高い精度（ $10^{-12}$ 以上の精度）で等しいのはなぜか？
7. 亜原子粒子の運動が偶然性および予測不可能性を持っている原因となっている、微視的世界における不確定性はどこから現れたのか？
8. 重力相互作用と不確定性原理との間には何らかの関係が存在するのか否か？

言うまでもなく、現代物理学には、今のところ答えのないそれ以外の疑問も存在している。本節では、本書において答えが与えられることになる疑問が列挙されている。そして、それぞれの答えから、その真偽を実験的に検証することが可能になるような、原理的に新たな帰結が導き出される。

次のことも指摘することができる。本節には8つの疑問が列挙されている。しかし実際には、その数はもっと少ない。なぜなら、この先で明らかになるように、これらの疑問は相互に関係しているからである。しかし、これについてはこの後の諸章で述べよう。

## 第2章 新理論の構築

マッハの原理に関係する問題を解決するためには、マッハの原理に基づいて理論を構築し、次にその理論から導き出される帰結を検討する必要がある。それらの帰結の実験的検証が、マッハの原理が正しいか否かを明らかにすることを可能にする。

### § 2.1 課題設定

さて、我々の目的は、マッハの原理を満たすような**新たな物理理論**を構築することである。自明のことであるが、新理論もまた、現在知られている全ての実験データと矛盾してはならない。

では実際のところ、理論がマッハの原理を満たすという主張は、何を意味しているのだろうか？

マッハの原理は、物体の慣性運動は何らかの形で静止した恒星と関係していると主張している。直観的には、この主張を受け入れることができる。しかし、この主張にどのような**物理的意味**が含まれているのかは、今のところ完全に明らかというわけではない。新理論は、マッハの原理の**物理的意味**を解明しなければならない。そのためには、新理論は、静止した恒星は物体の慣性運動に対して**まさにどのように影響を及ぼしているか**を説明しなければならない。**個別に取り上げられた各恒星**、例えば太陽は物体の運動に対してどのように影響を及ぼしているのであろうか？ 新理論は、そこから出発して、物体の慣性運動に対する各恒星からの寄与を定量的に計算することが可能なものでなければならない。すなわち、我々は、各恒星が慣性の法則に及ぼす影響を計算することを可能にするような数学的公式を得る必要がある。そしてその公式から、**物体は全ての静止した恒星の共同の力のおかげによってのみ慣性運動をすることが、明確に見て取れるようにする必要**がある。

また、新理論からは、全ての恒星（大質量）から十分遠方では、慣性の法則が働かなくなることが導き出されなければならない。「慣性の法則が働かなくなる」というフレーズが何を意味しているかは、今はまだ明らかではない。したがって、新理論はこのフレーズの意味も解明しなければならない。

具体例について検討しよう。2機の宇宙船がエンジンを止めて恒星間を平行なコースに沿って同一速度で飛行しているとしよう。このとき、一方の宇宙船が自軸周りに回転しているのに対し、他方は回転していない。すなわち、1番目の宇宙船は非慣性基準系であり、2番目の宇宙船は慣性基準系である。マッハの原理の観点から見ると、これらの宇宙船の間の違いは、その一方が**恒星に対して回転しており**、他方は回転していないという点にのみある。いくらかの長い時間が経過した後、これら2機の宇宙船が、全ての恒星から、それらの影響を無視できるほど遠方まで飛び去ったと仮定しよう。言うまでもなく、このようなことは実際には不可能である。しかし理論的には、すなわち頭の中では、それを想像するのは難しいことではない。

そして、もしマッハの原理が正しければ、これらの宇宙船の間には**いかなる物理的差異も存在しなくなる**。すなわち、運動法則は両方の宇宙船上において同一になる。このようなことが可能なのは、全ての恒星から遠ざかるにつれて、慣性基準系と非慣性基準系との間における**物理的差異**が何らかの仕方で「減耗」していく場合に限られる。

上述した全てのことを考慮すると、マッハの原理に基づく新物理理論の構築の課題は次のことにあるという結論を下すことができる。各恒星が慣性の法則に及ぼす影響を考慮した新たな方程式を書く必要がある。また、全ての恒星から遠ざかるとき、慣性基準系と非慣性基準系との間における物理的差異が減耗していくような結果がその方程式から導き出されなければならない。さらに、全ての恒星から十分遠方では、慣性の法則が働かなくなることが導き出されなければならない。新たな方程式から原理的に新たな帰結が導き出される可能性が十分にある。それらの帰結を実験的に検証すれば、マッハの原理が正しいか否かを知ることができる。

## § 2.2 宇宙の限界外における実験

マッハの原理の物理的意味を理解するためには、我々は宇宙の限界外で実験を行わなければならない。我々はその実験で、慣性の法則が確定されていない場合において、試験物体がどのように運動するかを観測することになる。

言うまでもなく、現実には、そのような実験を実行することは不可能である。全ての恒星から、それらの影響を無視できるほど遠方まで飛び去ることは不可能である。しかし、我々がその実験を頭の中で行うことを妨げるものは何もない。もちろん、ここにはある疑問が生じるかもしれない：実際には不可能であるのなら、その実験について考察することは無意味なのではないか？ 全ては設定された目的次第である。この思考実験の目的はマッハの原理を理解することである。しかも、それは実に興味深い。

このようなわけで、前節の2機の仮説上の宇宙船が、ついに宇宙の果て—宇宙の全ての質量から、それらの影響をもう無視できるほど遠く離れた空間領域—に到達したと仮定しよう。すなわち、この領域では、宇宙の重力ポテンシャル $\Phi_{Un}$ は事実上ゼロに等しい。

例えば、一方の宇宙船の宇宙飛行士が周囲空間に出たとしよう。彼は手にレンガを持っていて、それを投げたがっている。レンガはどのような加速度で飛び始めるか？ ニュートンの第2法則から出発すると、レンガの加速度 $a$ は次式のようなになる： $a = F/m$ 。ここで $F$ は飛行士がレンガを投げるときに力； $m$ はレンガの慣性質量である。

しかしなにしろ、レンガは、それが静止した恒星に対して加速する場合にのみ、加速に対して抵抗を及ぼす。マッハの原理が主張しているのは、まさにこのことである。ところがこのレンガは、恒星がそれに及ぼす作用を無視できるほど、全ての恒星からきわめて遠方に存在している。したがって、レンガは加速に対して抵抗を及ぼさない。すなわち、レンガはその慣性を失う。言い換えると、宇宙の限界外では、レンガの慣性質量 $m$ はゼロに等しくなる： $m = 0$ 。我々は既に§1.6で、宇宙の全質量から十分遠方では、物体の慣性はゼロまで減少するというアインシュタインの予想を挙げた。こうして、レンガの加速度は次式のようなになる： $a = F/m = \infty$ 。レンガは無限大の加速度(!)で飛び始めることになる。ここでは何かがおかしい。では、もしレンガに対して力が作用しないのなら、その場合、レンガはどのような加速度で運動するのか？ この場合には、レンガは加速度 $a = F/m = 0/0 = ?$ で運動することになる。しかし、ゼロをゼロで割ると、任意の数を得ることができる。このような算術操作はまったく確定されていない。レンガは不確定な加速度で運動することになるのか？ しかし、それはつまり、そのときレンガは不確定な速度で、し

かもきわめて不愉快なことに、不確定な方向に運動するということである。このことが意味しているのは、空間の任意の位置において、等しい確率でレンガを見出すことが可能になるということである。

こうして、我々はマッハの原理から出発して、宇宙の全ての大質量から十分大きな距離では、試験物体（レンガ）の運動法則は確定されなくなるという結論に達した。

### §2.3 仮想レンガ

さて次に、各宇宙船の視点からは、レンガの運動がどのように見えるようになるかについて検討しよう。2機の宇宙船の一方（これを **A** と呼ぼう）が静止した恒星に対して回転しているのに対し、他方の宇宙船（これを **B** と呼ぼう）は回転していないことを思い出そう。

両方の宇宙船がまだ宇宙の内部に存在していたとき、回転している宇宙船 **A** の中では遠心力が作用していた。したがって、回転している宇宙船中で飛行士が手からレンガを放したとすると、レンガは遠心力によって宇宙船の外壁の方に向かって放り出されるはずである（図1参照）。他方、回転していない宇宙船の飛行士が手からレンガを放したとすると、そのレンガは飛行士のそばで「ホバリング」するはずである。

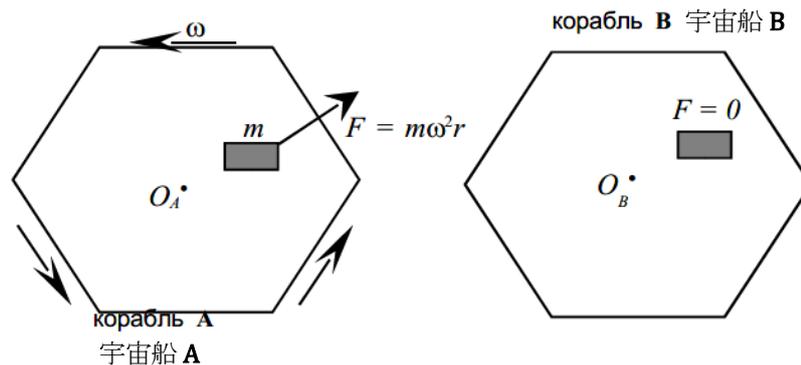


図1. 2機の宇宙船のスキーム。両方の宇宙船はまだ宇宙の内部の、恒星の周囲に存在している。宇宙船 **A** は静止した恒星に対して自分の質量中心（点  $O_A$ ）の周りを角速度  $\omega$  で回転している。恒星の作用のおかげで、回転している宇宙船 **A** の中では遠心力  $F = m\omega^2 r$  が作用している。ここで  $r$  は物体から回転軸（点  $O_A$ ）までの距離である。他方、宇宙船 **B** の中では、全ての物体は無重量状態にある。

マッハの原理の観点から見ると、回転している宇宙船中では、宇宙船が静止した恒星に対して回転しているおかげによってのみ、遠心力が作用していた。他ならぬ恒星の作用が回転している宇宙船中で何らかの仕方で遠心力を引き起こしていた。2機の宇宙船が宇宙の限界外へ飛び出たとき、すなわち全ての恒星から、宇宙船に対する恒星の影響を無視できるほど遠方まで遠ざかったとき、状況は著しく変化した（それらの宇宙船は宇宙の全質量からきわめて遠い位置へ遠ざかり、その結果、その位置における宇宙の重力ポテンシャル  $\Phi_{Un}$  は事実上ゼロに等しい）。それゆえ、回転している宇宙船中の遠心力は作用しなくなった。

したがって、宇宙船 **A** は静止した恒星に対して回転し続けているが、しかしその中の遠心力はもう作用していない。なぜなら、恒星はあまりにも遠方に存在しており、それらの

作用は遠心力を引き起こすには不十分であるからである。それゆえ、回転している宇宙船の飛行士が手からレンガを放しても、レンガは飛行士のそばでホバリングすることになる。なにしろ、遠心力はもう作用していないのだから！

こうして、回転している宇宙船中のレンガは、宇宙船に対して常に静止状態を保たなければならない。すなわち、レンガは宇宙船 **A** と一緒に、宇宙船の軸に対して回転することになる。

さて今度は、回転している宇宙船中の飛行士が丸窓を通して腕を周囲空間中に突き出し、手からレンガを放したと仮定しよう（図2参照）。遠心力はないのであるから、レンガは宇宙船 **A** と一緒に点  $O_A$  の周りを回転しながら、宇宙船に対して常に静止状態を保たなければならない。それゆえ、レンガは点  $O_A$  を中心とする円に沿って運動しなければならない。なにしろ、レンガはそのような運動をしているときにのみ、宇宙船に対して静止状態を保つからである。

しかし別の側面から見ると、宇宙船 **A** の飛行士が手からレンガを放したとき、レンガは宇宙船 **A** に対して静止状態にあった。このことは、レンガは宇宙船 **B** に対して次の速度  $V$  で運動していたということを意味している：

$$V = \omega r.$$

ここで  $\omega$  は宇宙船 **A** の回転の角速度；  $r$  はレンガから点  $O_A$ （宇宙船 **A** の回転軸）までの距離である。そしてレンガにはいかなる力も作用していないのであるから、レンガは宇宙船

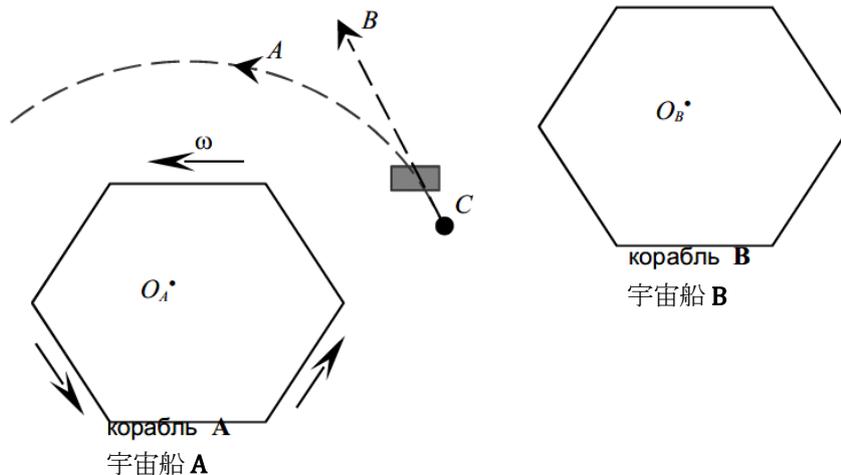


図2. 2機の宇宙船が既に宇宙の限界外に飛び出たときのそれらのスキーム。恒星の作用は完全に無視することができ、それゆえ、回転している宇宙船 **A** の中では遠心力は作用していない。

宇宙船 **A** の飛行士がレンガを周囲空間中（点  $C$ ）に置いた。ある側面から見ると、レンガは宇宙船 **A** に対して常に静止状態を保たなければならない。なぜなら、レンガには遠心力は作用していないからである。したがって、レンガは点  $O_A$  を中心とする円に沿って（円弧  $CA$  に沿って）運動しなければならない。

しかし別の側面から見ると、飛行士がレンガを開放空間中に置いたとき、レンガは宇宙船 **B** に対してある速度で運動していた。しかしなにしろ、宇宙船 **B** と関係している基準系中においても、やはり遠心力は作用していない。それゆえ、レンガは宇宙船 **B** に対して一様かつ直線的にも運動しなければならない、すなわち直線  $CB$  に沿っても運動しなければならない。

Bに対して一様かつ直線的にも運動しなければならない、すなわち直線CBに沿っても運動しなければならない。レンガは、ある側面から見ると円に沿って運動しなければならない、別の側面から見ると直線に沿って運動しなければならないということになる。

言い換えると、同一のレンガが、同時に相異なる方向に運動しなければならないのだ！そしてそのレンガは、ある時間が経過したとき、空間の相異なる地点に同時に存在しなければならないのだ！レンガはそのように運動することが可能なのか？

この疑問に対する答えをよりよく理解できるようにするため、我々の考察を手短に繰り返してみよう。慣性基準系と非慣性基準系との間には原理的な違いがある。慣性の法則は慣性基準系中では満たされ、非慣性基準系中では満たされない。慣性基準系中では光は直線に沿って運動し、非慣性基準系中では光路は曲がっている。これらの相異なる慣性系の間にはある種の非対称性が存在すると言うことができる。この非対称性の原因はどこにあるのか？

マッハの原理は、そのような非対称性の物理的原因は恒星であると主張している。例えば、宇宙船Aは恒星に対して回転している。そしてこのおかげによってのみ（すなわち、今はまだ解明されていない、恒星の何らかの作用のおかげによってのみ）、宇宙船Aの中では遠心力が生じている。

しかし、2機の宇宙船が宇宙の限界外へ、恒星の影響を完全に無視できるほど遠方まで飛び出たとき、状況は著しく変化した。今や、2機の宇宙船は、物理的観点から見ると絶対的に等価である。それゆえ、レンガが宇宙船Bに対して一様かつ直線的に運動するようになるのであれば、レンガは宇宙船Aに対しても一様かつ直線的に運動しなければならない。

言い換えると、同一のレンガが、相異なる方向へ同時に運動しなければならないのである。レンガはそのように運動することが可能なのか？可能である。しかしそれは、宇宙の限界外において、レンガが何らかの原因によって波に転化した場合に限られる。

そのような転化はどのような条件の下で可能なのか？答えは次のとおり。量子力学の観点から見ると、任意の物体は運動におけるある不確定性を持っており、したがって波動性を持っている。運動におけるこの不確定性は、きわめて微小な値—プランク定数の値—によって特徴付けられる。まさにそれゆえに、レンガの波動性は普通の条件下では発現しない。しかし、物体の運動における不確定性が宇宙の限界外において著しく増大した（プランク定数の値が著しく増大した）場合には、レンガの波動性は観測可能になるであろう。そしてレンガは、普通の条件下で電子がしているのと同様に、相異なる経路に沿って同時に飛行することが可能になるであろう（量子物体のパラドキシカルな挙動が第5章全体のテーマとなる）。

上述した全てのことを考慮すると、次の結論を下すことができる。マッハの原理の要請によれば、宇宙の限界外—そこでは恒星はその作用を及ぼさない—においては、ニュートンの第2法則は確定されなくなる（すなわち、この法則の公式に含まれている加速度がそれとの関係において測定される基準系が確定されなくなる）。それゆえ、そこでは、物体は不確定な加速度で運動することになる。その結果、物体の速度およびその運動方向も不確定となる。

しかしなにしろ、物体を構成している素粒子もまた、不確定な速度で不確定な方向に運

動しているではないか。それゆえ、全ての微視的物体は素粒子に分解する。我々の2機の宇宙船が仮説上の宇宙船ではなく、現実の宇宙船であるとすると、それらもやはりそのような悲運に見舞われるはずである。

こうして宇宙の限界外では全ての微視的物体が素粒子に分解し、その素粒子は不確定な加速度および速度で、不確定な方向に運動するようになる。それらの運動は**絶対的に偶然**的で予測不可能な性格を持つことになる。

そのような条件下で、何らかの**物理的な基準系**を創出することは可能なのであろうか？ そのような条件下で、何らかの方法で距離を測定することは可能なのであろうか？ その継続時間を時間の単位として取ることができるような、何らかの周期的過程を見出すことは可能なのであろうか？ おそらく、ノーである。しかし、宇宙の限界外では時間も距離も測定することができないのだとすると、時間や距離の存在について語ることに、何か意味はあるのであろうか？ おそらく、これもノーである。

パウリがマッハの原理に関して、これと似た考えを述べていたことに注目することができる：「完全に空虚な空間中には、そもそもいかなる重力場も存在することができない。この場合には、光の伝播も、尺度や時計の存在も可能ではないはずである。このことには、慣性の相対性という公準も関係を持っている」[49]。残念ながら、パウリにおいてはこの考えは徹底的に検討されないままとなった。

こうして、宇宙の全質量から十分遠方では、時間も距離も物理的意味を失う。我々は以下において、空間のこのような異常な状態を「カオス」と呼ぶことにしよう。現代物理学には、物体の無秩序運動の尺度としてのカオスの概念が存在していることに注目することができる。しかし、我々によって導入されるカオスの概念は、その中では原理的にいかなる秩序運動もあり得ない空間の状態に当てはまる。

## § 2.4 新たな世界像のスケッチ

前節で述べたことを考慮すると、新たな世界像の輪郭を描くことができる。

宇宙の全ての大質量の影響を無視することのできる、それらの質量から十分遠方では(そのような遠方では宇宙の全質量によって創出される重力ポテンシャル $\Phi_{Un}$ は事実上ゼロに等しい)、物体の運動法則は確定されなくなる。そこでは、素粒子は不確定な速度および加速度で、完全にランダムに運動するようになる。それゆえ、そこには巨視的物体も、原子さえも存在することができない。

このような条件下では、基準系(慣性基準系を含む)ならびに時間および距離の概念は物理的意味を失う。

それに対し、宇宙の大質量に接近するにつれて(すなわち、それらの大質量によって創出される重力ポテンシャル $\Phi_{Un}$ の深さが増大するにつれて)、それらの大質量の作用が増大し始める。このことは、宇宙の大質量が、ますます強い抵抗を素粒子のカオス的で不確定な加速度に対して及ぼし始めることにおいて発現する。そのような抑制作用の結果、素粒子の運動における不確定性はより小さくなる。

そして最後に、我々の宇宙の内部では、周囲の恒星および銀河の強い抑制作用のおかげで(この作用は、例えば宇宙の重力ポテンシャルの膨大さによって特徴付けられる： $\Phi_{Un} \approx$

$-10^{17} \text{ m}^2/\text{s}^2$ ), 素粒子の加速度および速度における不確定性およびカオス性はきわめて小さい。まさにこのことが, (普通の条件下では) 自由素粒子が「ほぼ」直線に沿って「ほぼ」一定速度で運動するという結果をもたらす。

そしてもし宇宙の仕組みに関する上述した予想が正しければ, 宇宙において粒子の運動における不確定性がどこから現れたのかが明らかになる。この不確定性は, 宇宙の膨大な質量による抑制作用の印加後における, 素粒子のカオス的運動からの痕跡なのである。

まさに宇宙の膨大な質量による抑制作用のおかげで, 素粒子の運動において, 確定した秩序が出現する。それゆえ素粒子は, 運動における確定した秩序のおかげによってのみ, 原子, 分子, そして最後に我々を含む巨視的物体といった複雑な安定した物体を形成することが可能なのである。

このように, 宇宙を満たしている膨大な質量はそれらの間で相互作用しており, このことによって互いに対する運動における自由性および不確定性を抑制している。そしてその結果, 宇宙において確定した秩序が観測されている。物理法則は, まさにこの秩序を数学的言語で表現しているのである。したがって我々の前には, 今度は次の課題が待ち受けている。我々は, 本節で述べられている新たな世界像のスケッチを厳密な数学的公式の形で表現する必要がある。

## § 2.5 必要なコメント

我々は次節において新たな自然法則を定式化する。そして, まさにこの法則が新理論の構築のための土台となる。ここで疑問が生じるかもしれない: 本章のこれ以前の諸節で述べられているこんな未完成の材料を新たな物理理論の土台として利用することは, はたして可能なのであろうか?

様々な誤解を避けるために, 次のコメントをする必要がある。これ以前の諸節に書かれている全てのことは, 新理論の論理構築とはいかなる関係も持っていない。言い換えると, 新たな物理理論を構築する際, 我々は宇宙の限界外における思考実験にも, マッハの原理にさえも依拠しない。その理由を述べよう。

例として, マッハの原理を取ろう。科学界には, この原理に関する意見は1つも存在しない。この原理の一般に受け入れられている定式化さえ存在しない。なぜなら, この原理にはどのような物理的意味が含まれているかが明らかでないからである。マッハ自身について言えば, 「ここでは, 物理学者たちや宇宙物理学者たちは, マッハはあまりにもしばしばまったく曖昧で不正確な判断や推測を述べていたと, 遺憾の念をこめて断言することを余儀なくされている。厳密な科学的形式言語あるいは数学記号を用いた表現がなされていない, 物理学にはふさわしくないそれらの思弁的構築物は, アインシュタインのおかげによってのみ, 長期間にわたる全面的な (そしてしばしば幻滅的な) 議論の対象となり, 現実的な (そしてときには不愉快な) 問題, しかも異常なほど多岐にわたる問題に転化した」 [15]。

本書では, 我々はマッハの原理についてある観点から検討し, さらに, それに確定的な物理的意味を持たせるよう努める。しかし誰であれ, マッハの原理についてそれとはまったく別の観点から検討し, それにまったく別の意味を持たせる完全な権利を持っている。

それゆえ、その決定に関する不要な論争を避けるため、我々は新たな物理理論の**論理構築**に際しては、マッハの原理をまったく利用しないことにする。それにもかかわらず、新理論は、§2.1において解明された意味において、マッハの原理を満たすものとなる。それだけでなく、新理論からは、§2.4においてそのスケッチが描かれた世界像が導き出される。ただし、このスケッチも、マッハの原理さえも、新理論の**論理構築**のための材料として利用されない。

我々は新たな物理理論の基礎に、より具体的なもの、すなわち現代物理学の実験データを据える。これについては次節で述べる。

## § 2.6 新たな自然法則

さて、我々は本節で新たな自然法則を定式化しよう。この法則こそが新たな物理理論の構築のための第一歩となる。

新法則の定式化のための実験的基礎として、我々は現代宇宙物理学の観測データを取ろう。すなわち、宇宙の平均密度の値、宇宙の膨張速度および年齢に関する最新の宇宙物理データである。§1.2に示したように、これらのデータに基づいて次の結論を下すことができる。宇宙の全質量によって創出される全重力ポテンシャル $\Phi_{Un}$ は、絶対値で光速度の2乗にほぼ等しい。

これら2つの相異なる、一見したところ互いにまったく無関係に思われる量は、科学文献において一度ならず考察された。そして我々は既に§1.2で、このような相等性は自然の最大の謎の1つであるというファインマンからの引用を挙げた。この状況においては、2つの道のうちの1つを選ぶことができる。

**第1の道。**このような相等性を偶然の一致とみなし、したがってそこからいかなる結論も導き出さない。

**第2の道。**その一致を**新たな自然法則**と解釈し、そこからどのような結論が導き出されるかを検討する。

このように、第1の道は、我々を謎の解明へいささかも近付かせない。それに対し、第2の道は、謎を研究するための新たな展望を開く。それゆえ、我々は第2の道を進んで行こう。

では、我々は**新たな自然法則**を公準として設定しよう。その要点は、光速度の2乗は常に、**かつ至る所で**宇宙の全重力ポテンシャルの絶対値に等しいということである：

$$c^2 = |\Phi_{Un}| = -\Phi_{Un}. \quad (2.1)$$

言い換えると、我々は、光速度の値は宇宙の全重力ポテンシャルの値によって決定されるということ公準として設定する。ここでは次の疑問が生じるかもしれない：光速度（電磁振動の伝播速度）と重力との間には、どのような関係があり得るのか？ 答えは次のとおり。我々は既に§1.1において、空間の各点における重力相互作用は、3つの量—重力場、重力ポテンシャルおよび最後に、重力ポテンシャルの伝播速度—によって特徴付けられると述べた。

宇宙の内部における重力場は平均するとゼロに等しい。それに対し、重力ポテンシャル、および重力場の伝播速度はゼロではない。それだけでなく、場の速度の2乗と重力場は同

一の物理的次元を持っている。さらに、最新の宇宙物理的観測データに基づいて判断し得る限りでは、これらの量はほぼ等しい。

それゆえ、新法則(2.1)の物理的意味は次のとおりである。宇宙の内部における重力場の伝播速度 $V_{\text{Grav}}$ は宇宙の重力ポテンシャル $\Phi_{\text{Un}}$ の値によって決定される： $V_{\text{grav}}^2 = -\Phi_{\text{Un}}$ 。場の伝播速度は最大限可能な運動速度であり、まさにそれゆえに、静止質量を持たない光子は $c = V_{\text{Grav}}$ という速度で運動する。宇宙の全重力ポテンシャルが重力場の伝播速度の値を決定し、したがって光速の値をも決定するという結果が得られる。新法則(2.1)には、まさにこのことが表現されているのである。

あるとき、リチャード・ファインマンは、どのようにして推測を行って新たな物理法則を発見するかをテーマとする講義を行った。この講義でファインは新法則の発見のためのいかなるレシピも提案しなかったが、その代わりに、どのようにすれば真の仮説と偽の仮説を見分けることができるかを説明した。このテーマに関する彼の推論：「一般的に言えば、新法則の探求は次のようにして行われる。まず最初に、新法則について推測を行う。次に、その推測からの帰結を計算し、もしその法則が正しいとすれば、その法則は何をもたらすかを明らかにする。次に、計算結果を自然界で観測されていること、特別実験の結果、あるいは我々の経験と比較して、そのような観測結果に基づいて計算結果が正しいか否かを明らかにする。もし計算結果が実験データと食い違っているのなら、その法則は間違っている。この単純な主張の中に、科学の核心がある。あなたがどれだけ賢いか、推測を行ったのは誰か、彼が有名か否かは重要ではない。もし理論が実験と食い違っているのなら、それは理論が間違っているということだ。それだけだ」[11]。彼はさらにこう述べている：「最もよくあるのは、あなたの推測が一目瞭然なほどまでには誤りではないことを確信することを可能にするような、2つか3つの基本的計算を既に行った後になって、あなたの推測が正しいか否かを知るというケースである。もしあなたが知っているなら、それが正しいか否かは即座に目に飛び込んでくる（少なくとも、あなたに経験があるのなら）。なぜなら、何かを付け加えるより、投げ捨てなければならぬケースが最も多いからだ。あなたの推測とは、実は、何かあるものがきわめて単純であるということの推測なのだ。それが誤りであるようにはあなたに即座には見えない場合において、その後、それが以前より単純であることが判明したときには、—それはつまり、それは正しいということだ。実を言えば、経験不足な人やとめどない空想家が単純な理論を提案することがあるが、そこでは即座にその理論は誤りであることが明らかになるので、これは勘定に入れられない。それ以外の人たち、例えば経験不足な学生はきわめて複雑な推測を述べる。そして彼らには、その推測の全てが正しいように思える。しかし私は、それはそうではないことを知っている。なぜなら、真理は常に、予想することができたよりも、さらに単純であることが判明するからである。我々にとって真に必要なものは何かと言えば、それは想像力、ただし丈夫な拘束衣を着せられた想像力である。我々は世界に対する新たな視点を見出す必要がある。その視点は、既に知られている全てのことと整合しているが、しかし我々の既成の理解と多少食い違っていなければならない。さもないと、それは面白くなる。そしてその不一致点は、自然界において生じていることと一致していなければならない。もしあなたが、既に解明されている全てのことと整合している世界に対する視点を考え出し、疑問点が存在している領域において何か別の結果をもたらすことに成功したならば、あなたは

偉大な発見をしているのである」[11]。

このように、我々は新たな自然法則(2.1)を公準として設定し、これに基づいて新たな物理理論を構築しようとしている。そしてもし我々の新法則が誤りであることが判明した場合には、我々は遅かれ早かれ矛盾に行き着くに違いない。

### § 2.7 光速度不変

空間の相異なる点における重力ポテンシャルの値は、相異なったものになり得る。そのような場合には、新法則(2.1)から導き出されるように、光速度もまた、空間の相異なる点において相異なったものになり得る。例えば大質量の近傍では、宇宙の重力ポテンシャルの絶対値が増大し(全宇宙の重力の海の深さが増大し)、したがって光速度の値も増大する。

言い換えると、新法則(2.1)からは、**光は重力場中で加速する(!)**という結論が導き出される。それに対し、現代物理学では光速度は絶対定数とみなされている。すなわち、光速度の値は、実験の**任意の実施条件下において**同一であり続けるとみなされている。

光速度不変を歴史的観点から見てみよう。ニュートンの時代には、光は粒子束であるとみなされていた。したがって、もし当時、光は重力場中で加速することが発見されたとしたら、この事実はまったく誰も驚かせなかったはずである。また逆に、当時、どうしたわけか重力場中で加速しない何らかの特殊粒子(光子)が存在すると信じる者は誰もいなかったはずである。20世紀に特殊相対性理論が創出された後、状況は変化した。しかしなにしろ、特殊相対性理論は、光速度は絶対定数であるとはまったく主張していないのである。特殊相対性理論が主張しているのは、光速度の値は**観測者の運動に依存しない**ということのみである。特殊相対性理論の基礎に横たわっているのは、光速度の値は相異なる基準系中において同一となるであろうという予想に他ならない。光速度の値は観測者の運動に依存していないというパラドキシカルな実験的事実は、おそらく、アインシュタインの同時代人たちの想像力をきわめて強く刺激したものである。そしてその結果、彼らはこう決定した：光速度が観測者の運動にさえ依存していないからには、光速度はそもそも何にも依存していない。アインシュタイン自身は、光速度は絶対定数であるということ信じていなかったにもかかわらず (§1.11における彼からの引用参照)。

**光が重力場中で加速するか否かを実験的に検証しようと試みた者は誰もいない**ということも上記に付け加えるべきである。おそらく、これに関心を持った者さえ誰もいない。ところが、光速度の値は宇宙の重力ポテンシャルによって決定される(2.1)と仮定すれば、少なくとも、光速度が観測者の運動に依存しない理由が明らかになる。なにしろ空間の各点では、重力ポテンシャルは完全に確定した値を持っており、この値は、あなたが運動しているか否かにはまったく依存していないのである。したがって、光速度の値が重力ポテンシャルの値によって決定されているからには、このことから、光速度の値および重力ポテンシャルは観測者の運動に依存しないという結論が直ちに導き出される。

こうして、新法則(2.1)からは、第1に、光子が重力場中で加速することが導き出される。そしてこれは驚くべきことではない。なぜなら、重力場中では**全ての**粒子が加速することが知られており、したがって、光子も重力場中で加速すると予想するのが自然であるからである。それに対し、これとは逆のことを主張するためには(すなわち、光速度は重力場

中で変化しないと主張するためには), その根拠が必要とされる。しかし, 現代物理学には, 現在のところ, そう主張するためのいかなる根拠も—理論的根拠も実験的根拠も—存在しない。新法則(2.1)からは, 第2に, 光速度の値が重力ポテンシャルの値によって決定されることが分かる。そしてこのことから, 光速度の大きさは観測者の運動に依存しないことが導き出される。なぜなら, 重力ポテンシャルの値は観測者の運動に依存しないからである。このように, 特殊相対性理論の主要公準は新法則からの帰結なのである。

### § 2.8 新法則の実験的検証

新法則(2.1)からは, 光が重力場中で加速することだけでなく, 光速度の値が重力ポテンシャルの値の変化とともに経時的に変化することも導き出される。第1に, 我々の宇宙は膨張しているのであるから, その膨張に伴い, 重力ポテンシャルの値の絶対値は減少することになる。新法則(2.1)からは, そのとき, 光速度の値が減少することも導き出される。

第2に, 地球は太陽の周りを楕円に沿って運動している。その結果, 地球表面上で太陽によって創出される重力ポテンシャルは1年を通じて変化している。それゆえ, 光速度も1年を通じて変化しなければならない。他方, 地球の条件下における光速度は1.2 m/sまでの精度での定数値であることが実験的に突きとめられている [18, Vol.4] :

$$c = 299\,792\,458 \pm 1.2 \text{ m/s.} \quad (2.2)$$

我々は, 新法則(2.1)から, 光速度が1年を通じてどれだけの最大値だけ変化するかを計算することができる。そしてもし新法則(2.1)から, 光速度が1年を通じて1.2 m/sより大きい値, 例えば10 m/sあるいは1000 m/sだけ変化するという結果が導き出された場合には, それは, 新法則(2.1)は誤りであることを意味する。それゆえ, 光速度が1年を通じてどれだけの最大値 $\Delta c$ だけ変化するかを新法則(2.1)から計算してみよう。

地球から太陽までの距離は $L = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ である。地球が太陽の周りを運動するとき, この距離の変化の最大値は $\Delta L = 5 \cdot 10^9 \text{ m}$ である。地球と太陽との間の距離の変化 $\Delta L$  ( $\Delta L \ll L$ であることを思い出そう)は, 地球表面上で太陽によって創出される重力ポテンシャルが $\Delta\Phi$ だけ変化するという結果をもたらす:

$$\Delta\Phi = G \frac{M}{L^2} \Delta L. \quad (2.3)$$

ここで $M \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ は太陽の質量である。次に, その重力ポテンシャルの変化 $\Delta\Phi$ が光速度の変化 $\Delta c$ を引き起こす。新法則(2.1)から,  $|\Delta\Phi| \ll |\Phi_{Un}|$ の場合に光速度の変化が次の値になることを計算するのは難しいことではない:

$$\Delta c = -\Delta\Phi/2c. \quad (2.4)$$

方程式(2.3)の $\Delta\Phi$ を方程式(2.4)に代入すると, 次式が得られる:

$$|\Delta c| = \frac{GM}{2cL^2} \Delta L. \quad (2.5)$$

諸量の値を方程式(2.5)に代入すると, 次式が得られる:

$$|\Delta c| = 0.05 \text{ m/s.} \quad (2.6)$$

こうして我々は, 新法則(2.1)から, 1年を通じた光速度の値の変化の最大値は0.05 m/sであるという結果を得た。我々は§3.5において, 得られたこの結果を若干精緻化する。光

速度の最大値は、地球が太陽に最も近づく冬に得られる。それに対応して、最小値は夏に得られる。

我々が得た結果は、新法則は光速不変に関する最新の実験データと矛盾していないことを示している。なぜなら、

$$0.05 \text{ m/s} < 1.2 \text{ m/s}$$

であるからである。

別の面から見ると、得られた結果は、新法則を地球の条件下で**実験的に**検証することが可能であることを示している。そのためには、光速の測定精度を1-2桁上げれば十分である。ところで、それを行うのはそれほど難しいことではない。その理由を述べよう。(2.2)の光速の測定時の精度は、既に1973年(!)に得られていた。まさにこの1973年、科学技術データ委員会は、当時存在していた実験データに基づいて等式(2.2)を決定した[18, Vol.4]。そしてその後、光速の値の精緻化に関する実験は行われなくなった。それから今日に至るまで、光速の測定精度のさらなる向上のために労力と資金を費やすのは無駄なこととみなされているらしい。

最近四半世紀の間に、物理実験技術において著しい進歩が生じたことに注目することができる。それゆえ、もし光速測定実験が打ち切られなかったならば、現在までの間に、光速は既に1cm/sまでの精度で測定されていた可能性が十分にある。さらに、その場合には、1年を通じた光速の値の変化が実験的に検出されていた可能性も十分にある(このテーマは§8.1で引き続き論じられる)。

新法則(2.1)の実験的検証は、宇宙研究において新たな展望を開くであろう。なぜなら、新法則が裏付けられれば、宇宙の膨張速度を**実験的に**測定する可能性が開かれるからである (§10.10 参照)。

## § 2.9 微細構造定数

こうして我々は、自然の新法則(2.1)を公準として設定した： $c^2 = -\Phi_{Un}$ 。この法則からは、特に、宇宙の物質\*がより高密度の状態にあった遠い過去(数十億年前)においては、光速は現在より著しく大きかったという結論が導き出される。しかし、既に§1.11で注目したように、遠い過去においてさえ、微細構造定数の値は現在の値と著しく異ならなかった。これは例えば、クエーサーのスペクトル線の分裂の微細構造に関するデータの分析から導き出される。クエーサーが我々から巨大な距離—数十億光年—の所に存在しているおかげで、我々は、何十億年も前に発生した電磁放射のスペクトルを研究することができる。

さて、微細構造定数 $\alpha$ の値、すなわち

$$\alpha = \frac{e^2}{c\hbar} \approx \frac{1}{137} \quad (2.7)$$

は経時的に変化しない、すなわち、重力ポテンシャル $\Phi_{Un}$ の値に依存しない。

また、電子の電荷(素電荷)の値も重力ポテンシャル $\Phi_{Un}$ の値に依存しないとみなす根拠が存在する。

第1に、もし電子の電荷の値が重力ポテンシャルの値に依存しているとすると、このこ

とから、閉じた系の電荷は自発的にその符号を変化させることが可能であるという結論が導き出されるはずである (図3参照)。このとき、エネルギー保存則に関する問題が生じることは明らかである。

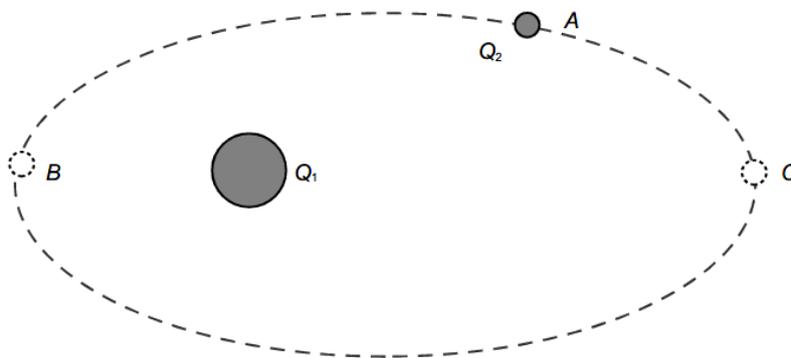


図3. 惑星の周りを、強く引き伸ばされた軌道に沿って衛星が運動している。惑星はある電荷 $Q_1$ 、衛星は電荷 $Q_2$ を持っているとする。衛星が点Aに存在するとき、系全体の全電荷はゼロに等しいと仮定しよう： $Q_1 + Q_2 = 0$ 。もし電子の電荷が重力ポテンシャルの値に依存しているとする、衛星が軌道に沿って運動したとき、電荷 $Q_2$ の値は変化するはずであり、したがって系全体の全電荷はもはやゼロではなくなるはずである。例えば衛星が点B (近点) に存在するとき、系全体の全電荷はゼロより小さくなる： $Q_1 + Q_2 < 0$ 。衛星が点C (遠点) に存在する場合には、それに対応して、系全体の全電荷はゼロより大きくなる： $Q_1 + Q_2 > 0$ 。このように、閉じた系の電荷は自発的にその符号を変化させるはずである。

第2に、マクスウェルの電気力学方程式からは、閉じた系の電荷の値は不変に保たれなければならないということも導き出される。

それゆえ我々は、電子の電荷の値は重力ポテンシャルの値に**依存しない**と仮定しよう。

上述した全てのこと (すなわち、微細構造定数も電子の電荷も重力ポテンシャルの値に依存しないということ) を考慮すると、新法則(2.1)から出発したとき、次の結論を下すことを我々は余儀なくされる。プランク定数 $\hbar$ は、宇宙の重力ポテンシャル $\Phi_{Un}$ の値に依存していなければならない。

ここでは次のコメントをする必要がある。我々は方程式(2.1)を新たな自然法則の公準として設定した。それゆえ我々は、まさにこの法則から導き出される全ての帰結を研究する義務を負っている。我々は、一見したところあり得ないことのように見える、あるいは異常なことのようにさえ見えるかもしれない帰結を恐れてはならない。そしてもし新法則が誤りであるのなら、我々は遅かれ早かれ、必ず矛盾に行き着くに違いない。また逆に、新法則を用いて物理学の様々な領域を研究していく中で、もし我々が矛盾に行き着かず、またそれだけでなく、既存の多数の問題を新たな観点から解決することができた場合には、それは、我々が公準として設定した新法則は真の自然法則であることを大きな確率で意味することになる。

## § 2.10 重力場中におけるプランク定数

我々は前節において、プランク定数 $\hbar$ は、宇宙の重力ポテンシャル $\Phi_{Un}$ の値に依存していなければならないという結論に達した。

その依存性の具体的な形を計算しよう。 $\alpha = e^2/c\hbar$ であるから、電子の電荷 $e$ も微細構造定数 $\alpha$ も重力ポテンシャルの値に依存しないことを考慮すると、次式が得られる：

$$c\hbar = e^2/\alpha = \text{const.} \quad (2.8)$$

すなわち、積 $c\hbar$ の値は宇宙の重力ポテンシャル $\Phi_{Un}$ の値に依存していない。方程式(2.1)の光速 $c$ を方程式(2.8)に代入すると、次式が得られる：

$$\hbar = \frac{e^2}{\alpha\sqrt{-\Phi_{Un}}}. \quad (2.9)$$

こうして我々は、宇宙の重力ポテンシャル $\Phi_{Un}$ の絶対値がより大きいほど（宇宙の重力の海の深さがより大きいほど）、プランク定数 $\hbar$ の値はより小さくなるという結果を得た。

しかしなにしろ、プランク定数の値は粒子の運動における不確定性を特徴付けている。プランク定数の値がより大きいほど、粒子の運動における不確定性(1.27)はより大きくなる。このように、粒子の運動における不確定性は、宇宙の重力ポテンシャルの絶対値が減少すると、増大するのである。

方程式(2.9)は単純な物理的意味を持っている。電子が確定した位置を持つためには、電子をある1点の近傍領域に局在化させる必要がある。それゆえ、電子がその中に局在化している近傍領域が小さいほど、その電子によって創出される電磁場のエネルギーはより大きくなる（そして極限においては、点電荷の電磁エネルギーは無限大に向かっていく [5]）。すなわち、位置の確定性をより大きくするためには、より大きいエネルギーが必要とされる。このように、電子の運動における不確定性は、一方では電子の電荷 $e$ の値によって、また他方では電子と宇宙のその他全ての物質\*との相互作用エネルギーによって決定されているのである。

宇宙の膨大な質量は、その作用（これはそれらの質量の全重力ポテンシャル $\Phi_{Un}$ の膨大な値によって特徴付けられる）によって**粒子の運動における不確定性、すなわちカオス性を減少させている**という結果が得られる。重力の海の深さがより大きいほど、粒子の運動における不確定性はより小さくなる。

重力ポテンシャルの変化 $\Delta\Phi$ が $\Phi_{Un}$ の値と比べて小さい場合、すなわち $|\Delta\Phi| \ll |\Phi_{Un}|$ である場合には、方程式(2.8)より $\Delta\hbar/\hbar = -\Delta c/c$ が導き出される。そして(2.4)を考慮すると、次式が得られる：

$$\frac{\Delta\hbar}{\hbar} = \frac{\Delta\Phi}{2c^2}. \quad (2.10)$$

我々が地球表面上方の高度 $h = 200 \text{ m}$ に上昇したとしよう。このとき、プランク定数の値はどれだけ強く増大するか？ 方程式(2.10)を用いれば、これを計算するのは難しいことではない。 $\Delta\Phi = gh$ （ここで $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ は自由落下の加速度）を考慮すると、次式が得られる：

$$\Delta\hbar/\hbar = gh/2c^2. \quad (2.11)$$

我々は§3.5において、重力ポテンシャルの値の変化 $\Delta\Phi$ に関する方程式を若干精緻化する。諸量の当該の値を方程式(2.11)に代入すると、その結果、次の値が得られる：

$$\Delta\hbar/\hbar \approx 10^{-14}. \quad (2.12)$$

こうして我々は、光速度は宇宙の全重力ポテンシャルによって決定されている(2.1)と予想することにより、プランク定数の値もまた、重力ポテンシャルに依存している(2.9)という結論に達した。ただし、方程式(2.4)および(2.10)から導き出されるように、光速度およびプランク定数の値は地球の条件下ではきわめてわずかしか変化せず、このことが、これらの値を（現在の実験精度の範囲内で）基本定数とみなすことを可能にしている。

次章では、我々が公準として設定した新たな自然法則から導き出される帰結に関する検討を続ける。

### 第3章 新理論の基礎

本章では、新理論の土台に横たわっている基本命題、およびそれらの命題から導き出される最も重要な帰結について検討する。

#### §3.1 新たな時空モデル

我々は新たな自然法則として、重力場の伝播速度 $V_{\text{grav}}$ は、宇宙に存在する全質量によって創出された重力ポテンシャル $\Phi_{\text{Un}}$ の値によって決定されるということを公準として設定した(2.1):  $V_{\text{grav}} = c = \sqrt{|\Phi_{\text{Un}}|}$ 。そして我々は、電子の電荷 $e$ も微細構造定数 $\alpha$ も重力ポテンシャルの値に依存しないことを考慮に入れて、プランク定数 $\hbar$ の値もまた、重力ポテンシャル $\Phi_{\text{Un}}$ の値に依存しているという結論に達した(2.9):  $\hbar\sqrt{|\Phi_{\text{Un}}|} = \text{const} = e^2/\alpha$ 。すなわち、新たな時空モデルの要点は、所与の空間点 $\vec{r}$ および所与の時刻 $t$ における光速 $c(\vec{r}, t)$ の値およびプランク定数 $\hbar(\vec{r}, t)$ は、その空間点における宇宙の重力ポテンシャル $\Phi_{\text{Un}}(\vec{r}, t)$ の値に対して次のように依存しているということにある:

$$c^2(\vec{r}, t) + \Phi_{\text{Un}}(\vec{r}, t) = 0 \quad (2.1)$$

$$\hbar^2(\vec{r}, t) \Phi_{\text{Un}}(\vec{r}, t) = -\frac{e^4}{\alpha^2} = \text{const}. \quad (2.9)$$

物体の運動を決定する法則は、プランク定数の値および光速の値に依存している。それゆえ、新理論の主要な結論は、物体の運動法則は宇宙の重力ポテンシャル $\Phi_{\text{Un}}$ の値によって決定されている（宇宙の重力の海の深さに依存している）ということである。そしてこのことは、物体の運動は、その物体と宇宙に存在するその他全ての物体との間における重力相互作用のエネルギーによって決定されていることを意味している。

方程式(2.1)および(2.9)より、光速の値は、（我々の宇宙は膨張しているため）時間の経過とともに減少していき、プランク定数の値は増大していくことが導き出される。第10章では、このことに基づいて新たな宇宙進化モデルが提案される。このモデルは現代宇宙物理学の多数の問題を解決することを可能にする。これらの方程式からは、宇宙の全質量から十分遠方では（ここでは重力ポテンシャル $\Phi_{\text{Un}}$ の値はゼロに向かっていく）、光速 $c$ はゼロまで減少していき、プランク定数 $\hbar$ の値は無限に増大していくことも導き出される。このことは、宇宙の全質量から遠ざかるにつれて、物体の運動における不確定性、また、全ての物体を構成している素粒子の運動における不確定性が増大するということを意味している。その結果、宇宙の全物体から十分遠方では、微視的物体は素粒子に分解する。そして素粒子の運動における不確定性はきわめて高くなり、その結果、素粒子は近似的な運動軌道さえ持たなくなる。そのような条件下では、基準系概念が物理的意味を失うことは明らかである。それゆえ、時間および距離の概念も物理的意味を失う。

それに対し、我々の宇宙の内部では、恒星や銀河の強い重力作用のおかげで（この作用は宇宙の重力ポテンシャルの膨大な値（ $|\Phi_{\text{Un}}| \approx 10^{17} \text{ m}^2/\text{s}^2$ ）によって特徴付けられる）、素粒子の運動における不確定性は著しく減少している。そして宇宙の内部では、自由粒子は「ほぼ」直線に沿って、「ほぼ」一定速度で運動している。その結果、自由粒子は、全て

の恒星の共同の力のおかげによってのみ慣性運動をすることになる。各恒星は宇宙の重力ポテンシャル $\Phi_{Un}$ に対して独自の小さい寄与をしているので、したがってプランク定数の値を若干減少させている。このように、新たな時空モデルはマッハの原理を満たしている。

このように、新理論の要点は、恒星や銀河重力作用が粒子の運動における不確定性を著しく減少させ、その結果、不確定性の効果は微視的世界においてのみ観測されているということにある。

### § 3.2 慣性と重力

慣性質量と重力質量は高い精度で等しいことが実験から知られている。我々は既に§1.9でこれについて述べた。一般相対性理論の基礎には、慣性質量と重力質量との相等性という実験的事実が横たわっている。ところが、この相等性は理論的根拠を持っていない。言い換えると、物体の慣性質量がその重力質量と等しい理由は知られていないのである。

物理的観点から見ると、慣性質量と重力質量は物体の全く相異なる性質を特徴付けている。重力質量の値は、所与の物体が重力相互作用に**どれだけ強く**関与しているかを示している。その質量は物体の「重力荷」であると言うことができる [18, Vol.1]。それに対し、慣性質量の値は、所与の物体が加速に対して**どれだけ強く**抵抗を及ぼしているかを示している。物理的観点から見ると、慣性質量と重力質量との間の共通点は、例えば慣性質量と電荷との間の共通点より多くはない。それにもかかわらず、物体の慣性質量はその重力質量と常に、かつ至る所で相等しい。なぜか？

この相等性を新理論の観点から検討しよう。

新法則(2.1)から、宇宙の境界に接近したとき（宇宙の境界とは、恒星の作用を無視することができる領域、すなわち $\Phi_{Un} \rightarrow 0$ である領域を意味するものとする）、光速度はゼロまで減少することが導き出される。これは次のことを意味している。第1に、アインシュタインの公式(1.23)から、任意の物理的物体（固体、素粒子、電磁放射、…）の全エネルギーはゼロになることが導き出される。なぜなら、そこでは光速度の値はゼロに等しいからである。すなわち、宇宙の重力場の限界外には、1つの物理的物体も存在することができない。したがって、宇宙の限界外へ飛び出すことはできない。第2に、光もまた、宇宙の限界外へ飛び出すことができない。なぜなら、光は宇宙の限界のそばで停止するからである。

一般的な場合には、任意の物理的物体はある慣性質量 $m_{in}$ を持っている。したがって、アインシュタインの公式によれば、物体は全エネルギー $E$ を持っており、その値は次式に等しい：

$$E = m_{in}c^2. \quad (3.1)$$

他方では、その物体はある重力質量 $m_{gr}$ を持っている。そして物体は宇宙の全質量と相互作用しているのであるから、したがって物体はポテンシャルエネルギー $U$ を持っており、その値は次式に等しい：

$$U = m_{gr}\Phi_{Un}. \quad (3.2)$$

$\Phi_{Un} < 0$ であるから、ポテンシャルエネルギー $U$ は負である：

$$U < 0.$$

$E$ と $|U|$ の、どちらの値がより大きいのか？という問いが生じる。 $E$ の値が $|U|$ の値より大

きくることができないことは明らかである。なぜなら、いかなる1つの物理的物体にも、宇宙の重力場の限界外に飛び出すためには、エネルギーが不足しているからである。しかし別の面から見ると、もしその物体を光子ビームに転化させれば（例えば、その物体と反物質との相互作用時に物体の消滅が生じれば）、物体の全エネルギーは、その光子ビームが宇宙の境界まで到達するのにちょうど十分な大きさとなる。こうして我々は、**任意の物体の全エネルギーは、宇宙の重力場中における物体のポテンシャルエネルギーと正確に等しい**という結論に達する。任意の物理的物体が重力場中を運動するとき、物体の全エネルギーとそのポテンシャルエネルギーとの和は保存される。すなわち：

$$E + U = \text{const.} \quad (3.3)$$

$\Phi_{\text{Un}} \rightarrow 0$ ならば、 $U \rightarrow 0$ である。また、新法則(2.1)から導き出されるように、 $E = m_{\text{in}}c^2 \rightarrow 0$ である。こうして、方程式(3.3)における定数はゼロに等しいことが判明する： $\text{const} = 0$ 。こうして我々は、任意の物体の場合において、次の等式が常に満たされるという結果を得る：

$$E + U = 0. \quad (3.4)$$

(3.1)および(3.2)を考慮すると、方程式(3.4)より次式が得られる：

$$m_{\text{in}}c^2 + m_{\text{gr}}\Phi_{\text{Un}} = 0. \quad (3.5)$$

また新法則(2.1) ( $c^2 = -\Phi_{\text{Un}}$ )を考慮すると、 $m_{\text{in}} = m_{\text{gr}}$ が得られる。

したがって、新法則(2.1)から、慣性質量と重力質量との相等性が導き出される。

### §3.3 アインシュタインの公式

我々は前節において、任意の物理的物体に適用可能な方程式(3.4)を得た： $E + U = 0$ 。ここで $E$ は物体の全エネルギー； $U$ は宇宙の重力場中における物体のポテンシャルエネルギーである。この方程式の物理的意味は次のとおりである。**任意の物体は、宇宙のその他の物体との重力相互作用下にあるという理由によってのみ、エネルギーを持っている**。そしてこの相互作用がなければ、物体は、それ自体としてはエネルギーを持つことができない。なぜなら、 $\Phi_{\text{Un}} \rightarrow 0$ ならば、 $U = m_{\text{gr}}\Phi_{\text{Un}} \rightarrow 0$ および $E = m_{\text{in}}c^2 \rightarrow 0$ であるからである。物体の全エネルギーは、宇宙の重力場中における物体のポテンシャルエネルギーとぴったり等しい： $E = |U|$ 。

我々は§1.8において、アインシュタインの公式を用いて、質量1kgの物体の静止エネルギーはおよそ $10^{17}$ Jであると計算した。我々はそれと同じ§1.8において、相対性理論の枠内ではそれに対する答えが存在しない、1つの問いを与えた：質量がこのような巨大なエネルギーを持っているのはなぜか？ 今や、我々はこの問いに答えを与えることができる。質量がこのような巨大なエネルギーを持っているのは、物体が、宇宙に存在するその他の全物体との重力相互作用下にあるからである。そしてこの相互作用は、宇宙の重力ポテンシャルの膨大な値によって特徴付けられる： $\Phi_{\text{Un}} = -c^2 \approx -10^{17} \text{ m}^2/\text{s}^2$ 。任意の質量 $m$ が持っている全エネルギーは、宇宙の重力場中におけるその質量のポテンシャルエネルギーと正確に等しい： $E = mc^2 = -m\Phi_{\text{Un}}$ 。

## §3.4 重力場中における質量

物体（または粒子）が重力場中で運動するとき、その物体には仕事 $dA$ がなされる： $dA = -m_{\text{gr}}d\Phi$ 。ここで $d\Phi$ は宇宙の重力ポテンシャル $\Phi$ の無限小変化（以下において、我々は宇宙の重力ポテンシャルを下付き添字なしの大文字 $\Phi$ で表す）； $m_{\text{gr}}$ は物体の重力質量である。物体の重力質量は、その慣性質量 $m_{\text{in}}$ と常に等しく、それゆえ、物体の速度 $V$ およびその静止質量 $m_0$ に次のように依存している：

$$m_{\text{gr}} = m_{\text{in}} = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \quad (3.6)$$

物体の全エネルギーの変化 $dE$ は、エネルギー保存則により次のようになる： $dE = dA \Rightarrow d(m_{\text{in}}c^2) = -m_{\text{gr}}d\Phi$ 。方程式(3.6)を考慮すると、次式が得られる： $d(\gamma m_0 c^2) = -\gamma m_0 d\Phi \Rightarrow \gamma m_0 dc^2 + c^2 d(\gamma m_0) = -\gamma m_0 d\Phi$ 。新法則(2.1)より、次式が導き出される： $\gamma m_0 dc^2 + \gamma m_0 d\Phi = \gamma m_0 d(c^2 + \Phi) = 0$ 。その結果、次式が得られる： $c^2 d(\gamma m_0) = 0$ 。したがって、次式が得られる：

$$\gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \text{const.} \quad (3.7)$$

このように、我々は新法則から出発して、物体（粒子）が重力場中で運動するとき、その慣性（重力）質量は一定に保たれるという結果を得た。しかしこのことは、物体（または粒子）が重力場中で運動するとき、その静止質量 $m_0$ が変化することを意味している。なぜなら、物体の速度 $V$ に依存して、 $\gamma$ の値が変化するからである。 $V \ll c$ ,  $\gamma \approx 1$  のときには、 $m_0$ の変化はわずかである。例えば、重力場中で加速している物体が速度 $V = 500 \text{ m/s}$ を得た場合には、 $\gamma \approx 1 + 10^{-12}$ となる。したがって、静止質量の変化 $\Delta m_0$ は次の値となる： $\Delta m_0/m_0 \approx 10^{-12}$ 。方程式(3.7)より、物体（粒子）が運動するとき、その静止質量は宇宙の重力ポテンシャルの値に次のように依存している：

$$m_0(\Phi) = \gamma(\Phi_0)m_0(\Phi_0)/\gamma(\Phi_0). \quad (3.8)$$

例えば、素粒子が重力場中で加速する場合（重力ポテンシャルが減速する方向に運動する場合： $\Phi < \Phi_0$ , ただし $|\Phi| > |\Phi_0|$ ）には、 $\gamma(\Phi) > \gamma(\Phi_0)$ となる。そして方程式(3.7)により、素粒子の静止質量は減少する。このように、**素粒子の静止質量は、宇宙の重力ポテンシャルの値に、すなわち宇宙のその他の物質\*の分布に依存している**。我々はその依存性の具体的な形を§3.6で得ることになる。

物体の速度が増大すると、その慣性（慣性質量）が増大することが知られている(3.6)。しかし、物体の速度を増大させるためには、物体にエネルギーを与える必要がある。そして任意のエネルギー $\Delta E$ は慣性（ $\Delta m = \Delta E/c^2$ ）を持っているので、物体には、そのエネルギーと一緒に慣性質量も伝達される。したがって、物体の慣性は、**物体に（エネルギーと一緒に）慣性質量が伝達されること**によって増大する。それに対し、物体が重力場中で加速するとき、その慣性質量は（すなわち重力質量も）**変化しない**。この場合には、物体のエネルギーは慣性質量の増大によってではなく、光速度の増大によって増大するので、 $\Delta E = m\Delta(c^2)$ となる。このことに対し、次のコメントを与えることができる。物体の重力質量（これは慣性質量と等しい）は、ある意味において物体の重力荷であり [18]、それゆえ、重力相互作用時に変化しない。

重力場中における光子の運動の場合には、方程式(3.7)を適用することができない。なぜなら、光子は静止質量を持っていないからである。それゆえ、 $E = \gamma m_0 c^2$ であることを考慮すると、方程式(3.7)は次の形で表すことができる：

$$\frac{E}{c^2} = \text{const.} \quad (3.9)$$

こうして、重力場中で何らかの物体（固体、光子ビーム、素粒子…）が運動するとき、その物体の慣性（重力）質量、すなわち光速度の2乗に対する物体の全エネルギーの比は保存される。

### § 3.5 ポテンシャルエネルギーは何に等しいか？

質量 $m$ の物体が地球表面上方の高度 $h$ に上昇したとしよう。物体のポテンシャルエネルギーの変化は何に等しいか？ 答えは自明であるように思われるかもしれない。ポテンシャルエネルギーの変化は次の値に等しい： $\Delta U = mgh$ （ここで $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ は自由落下速度）。なにしろ、物体が高度 $h$ から落下するとき、物体は次の仕事をする： $A = mgh$ 。そして、なされた仕事はポテンシャルエネルギーの変化ときっかり等しいのであるから。

それでもやはり、この考察は間違いだ！ 任意の物体は内部エネルギー（静止エネルギー： $E_0 = m_0 c^2$ ）も持っていることを忘れてはならない。このエネルギーは膨大である。質量  $1 \text{ kg}$  の物体が高度  $100 \text{ m}$  から落下した場合、物体は  $1000 \text{ J}$  の仕事をする。それに対し、質量  $1 \text{ kg}$  の物体の静止エネルギーは $10^{17} \text{ J}$ 、すなわち、14桁大きいのだ！ それゆえ、物体の落下時に、物体の内部エネルギーがパーセンテージではきわめてわずかな値しか変化しないのだとしても、その変化を無視することはできない。内部エネルギーが変化しなければならないことは明らかである。例えば、一般相対性理論の観点から見ると、地球上方の相異なる高度における時間は相異なる流れ方をする。それだけでなく、原子のサイズも高度とともに変化する。原子のサイズがそのように変化するのであるから、したがって、原子核への電子の引力エネルギーも、また原子核の周りにおける電子の回転エネルギーも変化する。すなわち、原子のエネルギーが変化するのである。例えば、原子によって放出される光子のエネルギーが変化する。全ての物体は原子からなっているのであるから、このことは、任意の物体の内部エネルギーは高度とともに変化しなければならないことを意味している。それゆえ、我々はエネルギー保存則を次のように書かなければならない：

$$E_0 + K + U = \text{const.} \quad (3.10)$$

物体が重力場中で運動するとき、その内部エネルギー $E_0$ 、運動力学的エネルギー $K$ およびポテンシャルエネルギー $U$ の和は保存される。それだけでなく、物体が重力場中で運動するとき、その相対論的エネルギー(3.7)は一定に保たれる。物体の速度 $V$ が増大するのであるから、したがって静止質量は減少する。それゆえ、内部エネルギーも何らかの仕方で変化する。それゆえ、一般的な場合には、次式が得られる：

$$|\Delta U| = \Delta K + \Delta E_0. \quad (3.11)$$

$\Delta K = \frac{mV^2}{2} = mgh$ であることが知られている。また、 $\Delta E_0 \neq 0$ であるから、 $|\Delta U| \neq mgh$ である。

では、ポテンシャルエネルギーの変化はいったい何に等しいのか？ この問いに答えるため、次のことを思い出そう。第1に、落下する物体の内部で生じる物理過程は、物体の落下を加速させることも、減速させることもできない。これは慣性質量と重力質量との相等性からの帰結である。第2に、少なくとも物体の速度 $V$ が光速よりはるかに小さい場合を含め、物体は自由落下加速度 $g$ で落下することになる。

重力場中において加速度 $g$ で落下する、内壁が鏡面になっている立方体について検討しよう（図4参照）。時刻 $t_0$ （立方体の落下開始時刻）に、光子が点 $A$ から重力場に対して垂直に速度 $c_0$ で飛び出た。重力により、光子はわずかに曲がった軌道に沿って、立方体の反対側の壁に向かって飛んで行く。光子が重力場中で運動するとき、その速度は新法則(2.1)に従って変化する：

$$c^2 = -\Phi = -\Phi_0 - \Delta\Phi = c_0^2 + |\Delta\Phi|. \quad (3.12)$$

他方においては、光子の質量（我々は光子の質量を質量 $\mu = \epsilon/c^2$ という意味で理解する）は変化しない(3.9)。光子の運動量の水平成分 $p_x = \mu c_x$ も変化しない。したがって、光子の速度の水平成分も変化しない： $c_x = \text{const} = c_0$ 。それゆえ、光子の速度は、その速度の垂直成分 $c_y$ によってのみ変化する。 $c^2 = c_x^2 + c_y^2 = c_0^2 + c_y^2$ であるから、方程式(3.12)を考慮すると、次式が得られる：

$$c_y^2 = |\Delta\Phi|. \quad (3.13)$$

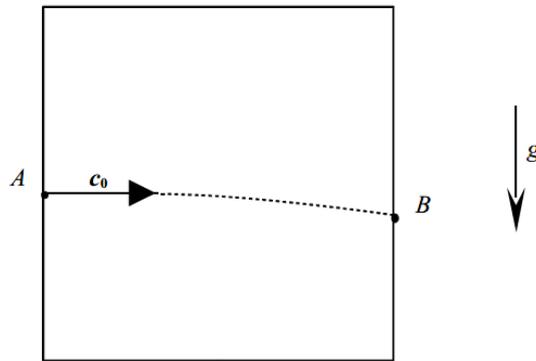


図4

光子の速度の垂直成分 $c_y$ が立方体の落下速度より速く増大するようになった場合には、光子は立方体より速く「落下」するようになる。その結果、光子は時間の経過とともに立方体の下側の壁に追いついていき、それに衝突し、それによって立方体の落下を加速させる。しかし、これは不可能である。 $c_y$ が立方体の落下速度よりゆっくり増大するようになった場合には、立方体は光子より速く落下するようになる。その結果、立方体の上側の壁と光子の衝突が生じる。このとき、立方体はその運動量の一部を光子に伝達し、その落下を若干減速させる。しかし、これもまた不可能である。

こうして我々は、光子の「落下」速度 $c_y$ は立方体の落下速度 $V$ と等しいという結論に達する： $c_y = V$ 。ところで、 $V^2 = 2gh$ であることが知られているので、 $c_y^2 = 2gh$ となる。別の面から見ると、 $c_y^2 = -\Delta\Phi$ である。その結果、次式が得られる：

$$-\Delta\Phi = 2gh. \quad (3.14)$$

すなわち：

$$|\Delta U| = m|\Delta\Phi| = 2mgh. \quad (3.15)$$

我々は、物体のポテンシャルエネルギーの変化は $2mgh$  (!) に等しいという結論を得た。これは、一般にそうみなされているように $mgh$ ではけっしてない。運動力学的エネルギーの変化は $\Delta K = mgh$ であり、それゆえ、方程式(3.11)から分かるように、物体の内部エネルギーの変化も $\Delta E_0 = mgh$ である。

得られた結果について、より詳しく検討しよう。質量 $m$ の物体が重力場 $g$ 中で高度 $h$ から落下する。重力エネルギーの変化は $|\Delta U| = 2mgh$ である。ポテンシャルエネルギーのこの変化は物体の運動力学的エネルギーおよび内部エネルギー(静止エネルギー)に移行する。このとき、ポテンシャルエネルギーの半分だけが運動力学的エネルギーに移行し、残りの半分は内部エネルギーに移行する。物体の内部エネルギーは、隠れた形態で存在しているエネルギーである。このエネルギーを直接観測することはできない。それに対し、物体の運動力学的エネルギーは、例えば仕事をするために利用することができる。それゆえ、物体の落下時には、物体の運動力学的エネルギーのみが考慮されており、ここから、ポテンシャルエネルギーの変化に関する誤った結論が下されている。ポテンシャルエネルギーの変化は、きっかり 2 分の 1 に過小評価されている。

このように、我々は新法則(2.1)から出発して、重力ポテンシャルの実際の変化 $\Delta\Phi$ は、ニュートンの重力理論において想定されている変化のきっかり 2 倍であることを突きとめた。このことは、 $\varphi_1$ をある空間点におけるニュートンのポテンシャルの値とし(以下において、我々はニュートンのポテンシャルを文字 $\varphi$ で表す)、 $\varphi_2$ を別の空間点におけるニュートンのポテンシャルの値とすると、次式が得られるということを意味している：

$$\Phi_2 - \Phi_1 = 2(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (3.16)$$

例えば、距離 $r$ の所にある質点 $M$ によって創出されるニュートンのポテンシャルの変化 $\Delta\varphi$ は、(1.5)に等しい： $\Delta\varphi = -G\frac{M}{r}$ 。すなわち、それと同一の質量によって創出される重量ポテンシャルの実際の変化 $\Delta\Phi$ は、次式に等しい：

$$\Delta\Phi = -2G\frac{M}{r}. \quad (3.17)$$

物体の速度が光速より小さいうちは、ニュートンのポテンシャルの利用は誤りをもたらさない。なぜなら、ポテンシャルエネルギーの常に半分だけが運動力学的エネルギーに移行するからである： $\Delta K = -m\Delta\Phi/2 = -m\Delta\varphi$ 。ところが、相対論的粒子に関する軌道計算を行う際には、ニュートンの重力理論はもはや間違った結果をもたらすようになる。例えば、光子は静止エネルギーを持っていない。それゆえ、重力場中を運動するとき、光子の全ポテンシャルエネルギーは運動力学的エネルギーに移行する。我々はこれについて、§4.7 でより詳しく論じる。

今は次のことに注目する必要がある。§2.8 において、我々は光速の変化を計算するために重力ポテンシャルに関する表式(1.5)を用いた。しかし今や、我々は新法則(2.1)を考慮することにより、重力ポテンシャルの変化はその 2 倍であるという結論に達した。したがって、1 年を通じた光速の変化の最大値 (2.6) はやはり 2 倍になり、 $|\Delta c| = 0.1 \text{ m/s}$  という値になる。

## §3.6 素粒子の質量

我々は§3.4において、素粒子が重力場中を運動するとき、その静止質量は重力ポテンシャルの値に依存して変化するという結論を下した(3.8)。その依存性の具体的な形について検討しよう。

静止質量 $m_0$ の粒子が時刻 $t_0$ にポテンシャル $\Phi$ の重力場中にあるとしよう。重力場の作用下で、粒子は加速度運動し始める。そのとき、既に指摘したように、粒子の質量は一定に保たれる。それに対し、粒子の速度（すなわち、 $\gamma$ の値も）は変化する。それゆえ、静止質量 $m_0$ は時間に対して次のように依存している：

$$m_0(t) = m_0(t_0)\gamma(t_0)/\gamma(t). \quad (3.18)$$

粒子の速度が増大する場合には、 $\gamma(t) > \gamma(t_0)$ である。これより、 $m_0(t) < m_0(t_0)$ であることが導き出される。粒子の速度 $V$ は光速より小さいとしよう ( $V \ll c$ )。前節で突きとめたように、運動力学的エネルギーの増分 $dK$ は、逆符号に取られたポテンシャルエネルギー $dU$ の変化の半分に等しい：

$$dK = -dU/2 = -md\Phi/2. \quad (3.19)$$

粒子が重力作用下で運動し始め、 $dK$ は粒子の全ての運動力学的エネルギーであるとしよう。我々が粒子から運動力学的エネルギー $dK$ を奪い取ったとすると、我々はそのエネルギーと一緒に慣性質量 $dm = dK/c^2$ も奪い取ることになる。したがって、粒子の静止質量の変化は次のようになる： $dm_0 = -\frac{dK}{c^2} = -\frac{m_0 d\Phi}{2c^2} = -\frac{m_0 d(c^2)}{2c^2}$ 。これより、次式が導き出される： $dm_0/m_0 = -d(c^2)/2c^2$ 。この表式を積分すると ( $\int dx/x = \ln(x) + \text{const}$ )、次式が得られる：

$$\int \frac{dm_0}{m_0} = -\int \frac{d(c^2)}{2c^2} \Rightarrow \ln m_0 = -\frac{1}{2} \ln c^2 + \text{const} \Rightarrow \ln(m_0 c) = \text{const} \Rightarrow m_0 c = \text{const}. \quad (3.20)$$

または：

$$m_0 \sqrt{-\Phi} = \text{const}. \quad (3.21)$$

我々は、重力ポテンシャルの値に対する粒子の静止質量の依存性を得た。方程式(3.21)より、宇宙の重力ポテンシャルが100倍であったきわめて遠い過去においては、素粒子の静止質量は10分の1(!)であったことが導き出される。

現代物理学の観点からは、素粒子の質量が宇宙のその他の物質\*の分布に依存しているか否かについては何も知られていない。このテーマに関しては、§1.6において、『パークレー物理学コース』からの引用が挙げられていた。それゆえ、素粒子の静止質量は絶対的に不変な量であることが暗黙のうちに想定されている。

素粒子の静止質量は重力ポテンシャルの値に依存している可能性があるということには、自然と矛盾することは何もない。むしろそれとは逆に、もし素粒子の静止質量が重力ポテンシャルの値に依存していないとすると、まさにそのとき、いくつかの困難が生じるはずである。素粒子の希薄な雲を例としてこれについて検討しよう。相互の重力的引力の作用下においては、そのような雲は次第に収縮し始める。そのとき、粒子の速度は増大するようになる。粒子の静止質量が一定に保たれる場合には、粒子の速度の増大により、粒子の

慣性質量が増大する。このことは、雲全体の慣性も増大することを意味している。雲が一体として速度 $\vec{v}$ で運動している場合には、雲の慣性の増大により、雲の運動量も増大する。

しかし、これは不可能である。

言うまでもなく、収縮した雲の重力場が負のポテンシャルエネルギー、すなわち負の質量を持っていると予想することができる。その負の質量が粒子の慣性質量の増分をきっかり相殺する。しかし、我々の見解によれば、何の負の質量であれ、負の質量の存在に関する予想は十分な根拠を持っていない。それに対し、我々は新法則(2.1)から出発して、物体が重力場中を運動するとき、その慣性質量は保存されるという結果を得た。そして我々は、このことのみに基づいて、慣性質量は重力ポテンシャルの値に依存していなければならないという結論に達した。

我々は第10章において、方程式(3.21)は、我々が宇宙論上のいくつかの問題を解決することを可能にすることを示す。

### § 3.7 現代物理学とマッハの原理

現代物理学の基礎に横たわっている基本原理について、もう一度手短かに検討しよう。

1. ニュートン力学の基礎をなしているのは慣性の法則である。この法則の主旨は、自由運動する物体の速度は一定に保たれるということである。この法則は実験に基づいて得られたものであり、理論的説明を持っていない [11]。

2. 特殊相対性理論の基礎をなしているのは光速不変の原理である。この原理の意味は、光速の大きさは観測者の運動に依存しないということである。一見したところパラドキシカルなこの主張は、運動基準系中における時間および距離の尺度は、常に、その基準系中における光速が同一 (300 000 km/s) に保たれることになるように変化するということによって説明されている。

3. 一般相対性理論の基礎をなしているのは等価原理である。この原理の主旨は、重力場は非慣性基準系と局所的には区別することができないということである。この原理の基礎には、慣性質量と重力質量との相等性という実験的事実が横たわっている。しかし、物体の慣性が重力質量と常に等しいのはなぜかという問いは、現代物理学の枠内では答えが与えられないままとなっている。

4. 量子力学の基礎をなしているのは不確定性原理である。この原理の意味は、量子物体 (例えば電子) は運動時に確定した軌道を持っていない [6] ということである。電子の運動の不確定性は、(それ以外の任意の量子物体の不確定性と同様に) プランク定数の値によって特徴付けられる。現代物理学の観点からは、微視的世界の法則が確率論的性格を持っている理由は謎であり続けている。

上に列挙した諸原理は、同一の世界の性質を反映しているにもかかわらず、互いに独立しており、それらの間には統一性や相互関係が存在しない。例えば、慣性の法則と不確定性原理との間には、あるいは光速不変の原理と、慣性質量と重力質量との相等性との間には、どのような関係があるのでしょうか？ 現代物理学の観点からは、これは明らかではない。

慣性の法則を何とかして説明するため、我々は、我々を取り囲む空間中に存在する慣性

基準系は、宇宙を満たしている全質量との間で何らかの形で**因果関係を持っている可能性**があるという仮説について検討した。この仮説はマッハの原理として知られている。概して言えば、この原理には次の意味が与えられている：**大質量から遠ざかるにつれて、試験物体の慣性は減少する** [1]。しかし、この方向で何らかの結果を得ることは今に至るまで成功していない [15]。

我々は、マッハの原理に対する原理的に新たな観点を定式化した：**大質量から遠ざかるにつれて、試験物体の運動における不確定性は増大する**。この観点から見ると、宇宙の重力場の限界外においては、物体の運動における不確定性はきわめて高く、その結果、基準系の概念は物理的意味を失う。これに対応して、慣性基準系と非慣性基準系との間の区別も物理的意味を失う。したがって（マッハの原理によれば）、慣性基準系と非慣性基準系との間の区別は、宇宙を満たしている質量の重力作用のおかげによってのみ生じる。

宇宙の重力場の限界外（ $\Phi_{Un} \rightarrow 0$ である所）では基準系の概念は物理的意味を失うのであるから、したがって、時間および距離の概念も意味を失う。すなわち、新たな観点から見ると、我々の宇宙はカオスによって取り囲まれているのである。このように、慣性基準系だけでなく、時空そのものもまた、宇宙を満たしている大質量のおかげで存在しているのである。

§1.2において既に指摘したように、周囲世界の中における物質\*的物体の運動は、宇宙の膨大な質量によって創出された重力場中において生じている。宇宙の全質量によって創出される全重力ポテンシャルは、地球近傍空間中においても膨大である： $\Phi_{Un} \approx -10^{-17} \text{ m}^2/\text{s}^2$ 。このことの関係において、§1.3において次の予想が提起された：**物理的物体の運動**（古典力学、相対性理論および量子力学によって記述される運動）は、宇宙に存在する全質量とそれらの物体との重力相互作用の結果である。そして我々は第2章において、時空の基本特性（全ての運動法則に含まれている光速度およびプランク定数）は、宇宙の全質量の分布に依存していなければならないという結論に達した（方程式(2.1)および(2.9)）。

このように、マッハの原理に若干異なった物理的意味を含ませたことにより、我々は次の可能性を得た。第1に、量子力学に新たな解釈を与えることができた：**微視的世界において観測される不確定性とは、宇宙の膨大な質量による抑制作用の印加後における、素粒子のカオス的運動からの痕跡である**。このテーマは第6章でより詳しく検討される。第2に、我々は、特殊相対性理論の基礎に横たわっている光速度不変の原理を根拠付けることができた (§2.6)。そして最後の第3に、一般相対性理論の基礎に横たわっている慣性質量と重力質量との相等性を理論的に根拠付けることができた (§3.2)。

このように、新理論の枠内では、現代物理学の基礎に横たわっている**全ての基本原理**が説明される。

しかし、この場合において最も本質的なのは、新理論を実験的に、しかも地球の条件下で検証することが可能であるということである。新理論から導き出される原理的に新たな結果とは、**地球表面上方の高度が増大すると、光速度の値は減少し(2.1)、他方、それとは逆に、プランク定数の値は増大する(2.9)**ということである。

このように、マッハの原理を実験的に検証する可能性が（初めて！）提供されている。

## §3.8 要約

新理論の主要な命題および結果を手短に再論しよう。

1. 我々は、新理論の構築のための土台として、宇宙の平均密度の値および年齢に関する最新の宇宙物理データを用いた。それらのデータに基づき、光速の2乗は、(観測誤差の範囲内で)宇宙に存在する全質量によって創出される重力ポテンシャルと等しいという結論を下すことができる。それゆえ我々は、光速の値は宇宙の重力ポテンシャルによって決定されていると予想した：

$$c^2 = -\Phi_{Un}. \quad (2.1)$$

この方程式は単純な物理的意味を持っている。質量 $m$ の任意の物体の全エネルギーは、その物体と宇宙のその他の全物体との重力相互作用エネルギーによって決定されている： $mc^2 = -m\Phi_{Un}$ 。方程式(2.1)は、一方では、光速が観測者の運動に依存しない理由を説明している(なぜなら、重力ポテンシャルの値は観測者の運動に依存しないからである)。他方では、方程式(2.1)から、慣性質量と重力質量との相等性が導き出される(なぜなら、 $m_{in}c^2 = -m_{gr}\Phi_{Un}$ かつ $c^2 = -\Phi_{Un}$ ならば、 $m_{in} = m_{gr}$ となるからである)。

2. 我々は微細構造定数が不変であることを考慮し、プランク定数の値も重力ポテンシャルの値に依存しているという結論を下した：

$$\hbar = \frac{e^2}{\alpha\sqrt{-\Phi_{Un}}}. \quad (2.9)$$

我々はこのことから出発して、我々の宇宙はカオスによって取り囲まれているという結論に達した。カオスに接近するにつれて、光速はゼロに向かっていき、他方、プランク定数は無限に増大していく。その結果、カオス中では基準系の概念は物理的意味を失う。すなわち、時間および距離の概念も物理的意味を失う。

このような時空モデルはマッハの原理を満たしており、また、マッハの原理を実験的に検証する可能性を与えている。そのためには、光速およびプランク定数の値を高精度で測定する必要がある。そして、もし方程式(2.1)および(2.9)に従ってこれらの基本定数の弱い変化が検出された場合には、それは、マッハの原理の実験的裏付け、また宇宙の重力場の限界外における**カオスの存在の証明**となる。このように、我々は宇宙の限界外に飛び出すこと(これは原理的に不可能である)なしに、それでもやはり、そこに何が存在しているかを知ることができるのである！

3. 物体が重力場中を運動するとき、物体の運動力学的エネルギーだけでなく、その内部エネルギーも変化する。それゆえ、地球表面上方の高度 $h$ まで上昇した物体のポテンシャルエネルギー $U$ は $mgh$ に等しくない。§3.5で解明したように、そのポテンシャルエネルギーは $U = 2mgh$ に等しい。物体が重力場中で落下するとき、(物体の速度が小さい場合( $V \ll c$ )には)ポテンシャルエネルギーの半分だけが運動力学的エネルギーに移行する：

$$\Delta K = \Delta U/2 = 2mgh/2 = mgh.$$

そして残りの半分は内部エネルギーに移行する：

$$\Delta E_0 = \Delta(m_0c^2) = \Delta U/2 = mgh.$$

4. 方程式(2.1)からは、粒子が重力場中を運動するとき、粒子の慣性質量は(すなわち重

力質量も) 保存されるという結論も導き出される(3.7)。しかしこのことは、素粒子が重力場中を運動するとき、その静止質量は変化するという事、すなわち、静止質量は重力ポテンシャルの値に依存していることも意味している：

$$m_0\sqrt{-\Phi} = \text{const.} \quad (3.21)$$

素粒子が重力場中に「より深く」存在しているほど、その静止質量はより小さくなる。

5. 大質量の近傍における光速度の増大および静止質量の減少は、次の物理的意味を持っていることに注目することができる。重力場中において物体が自由落下しているとしよう。この場合には、物体のポテンシャルエネルギーは減少し、それに対応して全エネルギー(すなわち内部エネルギーと運動力学的エネルギーとの和)は増大する。物体の全エネルギーは次式に等しい：

$$E = m_0c^2 + K = m_{\text{in}}c^2 = m_{\text{gr}}c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

静止質量および光速度が(現代物理学において一般に受け入れられているように)一定に保たれるのに対し、全エネルギーは慣性(または重力)質量の増大によって増大すると予想することができる。このような予想は実験的に検証されておらず、今は仮説にすぎないことを強調すべきである。このこととの関連において、次の問いを与えることができる：物体の慣性(または重力)質量は何によって増大するのか？その質量はどこから現れるのか？慣性(または重力)質量が一定に保たれ、したがって静止質量が減少する、そして全エネルギーが光速度の増大によって増大するという予想の方が、より蓋然性が高い。物体の全エネルギーはポテンシャルエネルギーの変化に比例して増大するのであるから、それに対応して、光速度の2乗は方程式(2.1)に従って重力ポテンシャルに比例して増大する。このとき、内部エネルギーが変化するので、ポテンシャルエネルギーの変化は $mgh$ と等しくない。

したがって、新理論の要点は次のことにある。光速度の値、プランク定数の値および素粒子の静止エネルギーの値は、宇宙のその他の全物質\*の分布(重力ポテンシャルの値)に依存している。新理論は、§1.12で定式化された全ての疑問に答えることを可能にする(8番目の疑問に対するより詳細な回答が第7章で与えられる)。しかし、新理論において最も重要なのは、この理論は地球の条件下で、しかも既に今、実験的に検証することができるということである。§8.3および§10.10において、新理論の検証に関する単純な実験が提案される。

## 第4章 一般相対性理論の新解釈

現在一般に承認されている重力理論である一般相対性理論においては、重力場中では時空が曲がると予想されている。すなわち、時空の尺度は、場のある点から別の点に移行すると変化するのである。しかし、それは何を意味しているのであろうか？ 重力場のある地点と別の地点との物理的差異はどこにあるのであろうか？

新理論の枠内では、この疑問に対して次の答えを与えることができる。重力場中では、ある空間点から別の空間点に移行すると、光速度およびプランク定数が変化する。そして一次近似において（すなわち  $\Delta h \ll \hbar$ ,  $\Delta c \ll c$  のとき）、この効果を時空の曲がりとみなすことができる。

### § 4.1 一般相対性理論の基礎

現在、一般相対性理論は重力理論として承認されている。この理論の基礎について検討しよう。

既にガリレオ・ガリレイは、全ての物体は地球の重力場中において同一の加速度  $\vec{g}$ （自由落下加速度）で落下する事実を初めて発見した。次にアイザック・ニュートンが重力理論を構築し、そこからやはり、全ての物体は重力場中において同一の加速度で運動することになることを（慣性質量と重力質量は等しいという条件付きで）導き出した。別の面から見ると、加速度  $\vec{a} = -\vec{g}$  で運動している基準系中においては、全ての物体はやはり同一の加速度  $\vec{g}$  で運動することになる。それゆえ、重力場中における物体の運動と非慣性基準系中における物体の運動との間には、ある種の類似性が存在している。一般相対性理論の創出後、時間および距離は、それらが選択された基準系に依存しているという意味において、絶対的ではないことが明らかになった。非慣性基準系中では、時間および距離の尺度は、ある空間点から別の空間点に移行すると変化する。その例として、点  $O$  に対して角速度  $\omega$  で回転しているプラットフォームについて検討することができる。そのような基準系中では、時計は、それが回転中心からより遠くに存在すると、よりゆっくりと進行するようになる：

$$\Delta t(r) = \Delta t_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2}}. \quad (4.1)$$

ここで  $\Delta t_0$  は点  $O$  に存在する時計に基づく経過時間間隔；  $\Delta t(r)$  は回転中心から距離  $r$  の所に存在する時計に基づく経過時間間隔である。長さの尺度もまた、回転中心からの距離に依存して変化するようになる [5]。

アインシュタインは重力場と非慣性基準系との間の類似性を考慮し、重力場とは時空の曲がりであると予想した：**重力場中では、時間および距離の尺度（計量）は、ある空間点から別の空間点に移行すると変化する。** 彼はこの予想に基づき、時空の計量と運動する物質\*の空間分布とを関係付ける方程式を得た。

曲がった（非ユークリッド）空間中では、直線概念は存在しない。そのような空間中で「直線」の役割を果たすのは、2点間の最短（極值的）距離である。例えば地球表面上では、測地線は赤道および子午線である。したがって、質量は4次元時空を曲げ、そのような曲がった時空中を測地線に沿って運動する。

一般的な場合には、一般相対性理論の観点から見ると、重力効果とは次のことである。**質量を持つ物体の近傍では、時空の尺度は変化する。**時間の流れは減速し、全ての距離は増大する。**空虚な空間中においては、全ての物体から十分遠方では特殊相対性理論の法則が働く** [5]。

#### § 4.2 時空の曲率

自由運動物体は直線に沿って、すなわち2点間の最短経路に沿って運動する。数学的には、この主張は次のように書くことができる：

$$l_{AB} = \int_A^B dl = \min. \quad (4.2)$$

すなわち、物体は点  $A$  から点  $B$  まで、通過した経路  $l_{AB}$  が最小長さを持つことになるように運動する。4次元擬ユークリッド時空中では、自由運動物体も直線に沿って運動する。このような空間中において距離の役割を果たすのは間隔  $s$  である：

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2 dt^2 - dl^2. \quad (4.3)$$

しかし、間隔の2乗に関する表式(4.3)には空間座標が負の符号付きで含まれているため、擬ユークリッド空間中では、直線は最小長さではなく、最大長さを持つ：

$$\int_{A,t_1}^{B,t_2} ds = \max. \quad (4.4)$$

一般相対性理論の主要な着想は、重力場が存在する場合でも、物体は点  $a = (A, t_1)$  から点  $b = (B, t_2)$  まで方程式(4.4)に従って運動するということである。そして重力場と空虚な空間との唯一の違いは次のことにある。空虚な空間の相異なる点において、時空の尺度は同一であるのに対し、重力場中では、ある点から別の点に移行したとき、時空の尺度が変化する [5]。

曲がった空間の物理的意味をよりよく理解するため、薄いゴムで出来た地球儀を例として検討しよう。我々が地球儀から太平洋を切り取り、次に切り取った一片を四方八方へ引き伸ばし、それを（おおよそ地図を作るような仕方）で平らなテーブルの上に貼り付けたとしよう。さて次に、我々は、例えばユジノサハリンスクからイースター島までの最短経路を得られた地図上に書く必要があるとしよう。この地図の相異なる場所では縮尺が異なっているため（ゴムは相異なる仕方）で引き伸ばされたので、地図上で2点間に引かれた直線は、もはや2点間の最短距離ではなくなる。例えば、子午線は地球表面上における2点間の最短距離であるが、地図上では通常曲がっている。重力場は比喩としてそのような地図にたとえることができる。重力場の相異なる点では、時空は相異なった仕方「引き伸ばされて」いる。このように、一般相対性理論の観点から見ると、重力効果は丸ごとそっくり時空の曲がりに帰着する。その曲がりとは、間隔の2乗の場合、表式(4.3)が変化するということである。

アインシュタインの重力方程式は、物質\*（エネルギー）分布を時空の曲がりと関係付けるテンソル方程式である [5]：

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ik}. \quad (4.5)$$

ここで $T_{ik}$ はエネルギー・運動量テンソル； $g_{ik}$ は計量テンソルであり、このテンソルは間隔の2乗の値を時空座標と関係付ける； $R_{ik}$ はリッチテンソル； $R$ は時空のスカラー曲率である。 $R_{ik}$ および $R$ の値は $g_{ik}$ の値と直接的に結び付いている [5, §92]。アインシュタイン方程式は原則的に $g_{ik}$ の値を決定することを可能としており、その結果、間隔の2乗に関する表式を計算することを可能にしている。しかし、質点によって創出される重力場の最も単純な場合においてさえ、それらの方程式の解法には煩雑な数学的演算が伴っている。それらの演算を理解するためには、リーマン幾何学の枠内におけるテンソル解析をマスターする必要がある。

特に、質点 $M$ によって創出される重力場中における間隔の2乗に関する表式は、球面空間座標 $r, \theta, \phi$ では次の形を持っている [5]：

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)} - r^2(\sin^2\theta d\phi^2 + d\theta^2). \quad (4.6)$$

重力場の相異なる点における間隔の2乗は相異なる値を持っており、それゆえ、意味を持っているのは、無限小の間隔 $ds$ の2乗に関する表式のみである。方程式(4.6)は、一般原理(4.4)とともに、質量 $M$ の重力場中における物体の運動を完全に決定している。質量 $M$ が質点ではなく、半径 $R$ を持っている場合には、方程式(4.6)は、 $r \geq R$ のときにはこの半径の外でのみ適用可能であることを強調する必要がある。

### § 4.3 距離と時間

間隔の2乗に関する表式(4.6)は、一般相対性理論では次のように解釈されている。

1) 場の中心を中心とする円の円周の長さは $2\pi r$ であり、同一の半径上における2点 $r_1$ と $r_2$ の間の距離は次の積分によって決定される [5]：

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}} > r_2 - r_1. \quad (4.7)$$

これは、重力場中（大質量の近傍）における全ての距離は**増大する**ということを意味している。この現象の幾何学的意味は次のとおりである（図5参照）。長さの全ての基準は質量 $M$ の近傍では $k$ 分の1に減少し、2点間の全ての距離は $k$ 倍に増大する：

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}} > 1. \quad (4.8)$$

新理論はこの現象の**物理的**意味を解明する。大質量の近傍では、粒子の運動における不確定性が減少する。その結果、電子殻の半径、すなわち原子の半径が減少する。まさにそれゆえに、メートルの基準の長さが減少する。例えば、ボーア半径（水素原子中における原子核に最も近い電子軌道の半径） $a_0$ は次式に等しい：

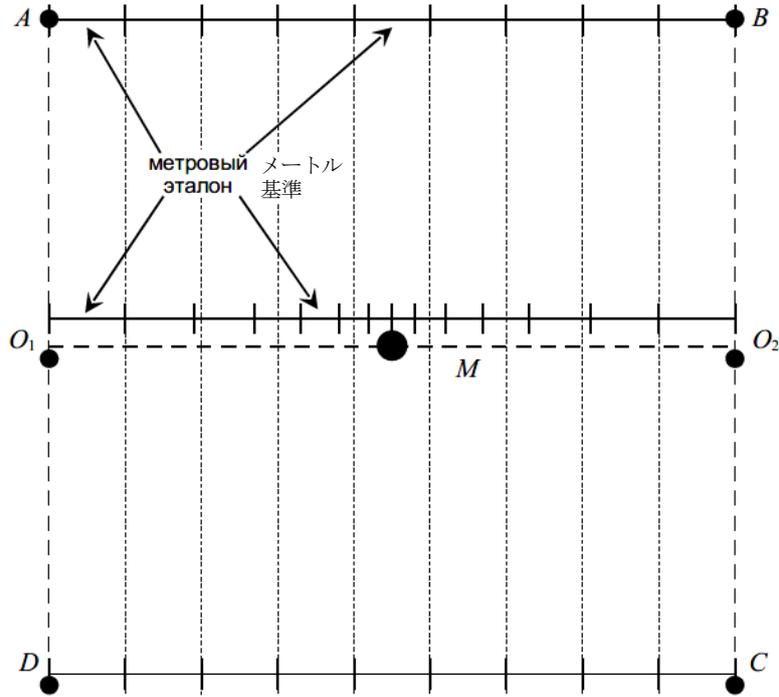


図5. 正方形 $ABCD$ の全ての頂点は質量 $M$ から等しい距離にある。我々が点 $A$ と $B$ の間、あるいは点 $D$ と $C$ の間の距離をメートルの基準で測定した場合には、等しいメートル数が得られる。ところが、我々がそれと同じメートルの基準で距離 $O_1O_2$ を測定した場合には、それより大きいメートル数が得られる。これが生じるのは、質量 $M$ の近傍では、長さの全ての基準が減少するからである。すなわち、メートル（またはそれ以外の任意の長さの単位）で測定された距離 $O_1O_2$ は、距離 $AB$ あるいは $DC$ より大きくなるのである。

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{me} \tag{4.9}$$

ここで $e$ は電子の電荷； $m$ は電子の質量である。大質量の近傍では、プランク定数の値(2.9)および電子の静止質量(3.21)が減少する。それゆえ、重力場中ではボーア半径も減少する。なぜなら、ボーア半径の値はプランク定数の値の2乗に比例しているからである。これに対応して、全ての原子のサイズもそれと同じように比例して減少する。我々は第7章でその正確な計算を行う。

2) 方程式(4.6)より、質量 $M$ から遠方において経過したある時間間隔 $dt$ と、質量 $M$ からの距離 $r$ において経過したそれと同一の時間間隔 $d\tau(r)$ との間の関係は次の方程式によって決定されることが導き出される：

$$d\tau(r) = dt \cdot \sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}} \tag{4.10}$$

すなわち：

$$d\tau(r) < dt. \tag{4.11}$$

一般相対性理論の枠内では、この不等式は次のように解釈される。質量 $M$ から大きな距離において時間間隔 $dt$ が経過したとすると、その質量の近傍では時間間隔 $d\tau(r) < dt$ が経過し、したがって大質量の近傍では時間が減速する。このテーマは第8章で考察される。弱場 ( $GM/r \ll c^2$ ) の場合には、表式(4.6)を次の形に導くことができる [5]：

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{2GM}{rc^2}\right) (dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (4.12)$$

§1.3 で既に指摘したように、我々の宇宙の内部の全ての重力場は弱場である(重力場は、その中において $|\Delta\phi| \ll c^2$ の場合に弱場とみなされる)。それゆえ、アインシュタイン方程式は弱重力場の場合にしか実験的に検証されていない。それは例えば、ここでは $|\Delta\phi|/c^2 \ll 10^{-6}$ である、太陽の重力場中においてである。しかし弱重力場中では、アインシュタイン方程式は、ニュートンの万有引力の法則と事実上同一の運動方程式をもたらす。それにもかかわらず、それでもやはり一般相対性理論から導き出される一連の追加的効果が存在しており、それらの効果は実験的に裏付けられている。それはいわゆる相対論的重力効果である。我々は次節でこれについて検討する。

#### § 4.4 相対論的重力効果

方程式(4.12)からは、太陽磁場中において観測され、一般相対性理論を裏付けているいくつかの効果が導き出される。それはいわゆる古典的相対論的重力効果である：水星の近日点移動；太陽の近傍を通過する光線のスペクトル線の重力偏移および偏向。20世紀後半、これらにさらにもう1つの重力効果、すなわちシャピロ効果 [36] が追加された。

##### 1. 水星の近日点移動

ニュートンの重力理論の観点から見ると、惑星の運動は、その一方の焦点が太陽にある楕円に沿って行われる。惑星は太陽だけでなく、太陽系のその他の天体にも引き付けられているため、惑星がそれに沿って運動する楕円は、空間中でゆっくりと方向転換している。この効果はきわめて微小である：惑星の近日点は1世紀当たりわずか数分角しか移動しない(図6参照)。

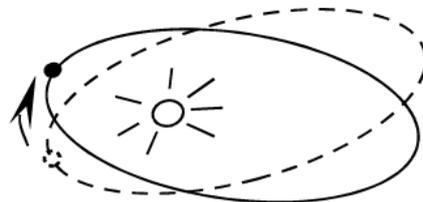


図6

ニュートンの重力理論を用いて、水星を除く太陽系の全惑星の近日点移動を計算し、説明することに成功した。水星の近日点は1世紀当たり575秒角だけ移動している。そのうち他の惑星からの擾乱効果は532秒角であり、残りの43秒角はニュートンの重力理論の観点からは説明することができない [16]。一般相対性理論の観点から見ると、それに沿って惑星が運動する楕円は、時空の曲がりにより、空間中においてゆっくりと方向転換しなければならない。そして水星の場合には、この効果はきっかり1世紀当たり43秒角となる。

実は、水星の近日点移動は太陽の扁平性によって引き起こされているという予想が述べられていた [18, Vol.5]。太陽系のその他の惑星の場合には、その相対論的効果はきわめて小さく、そのためそれを実験的に検出することは困難である。

##### 2. スペクトル線の重力偏移

一般相対性理論から導き出されるその次の効果はスペクトル線の重力偏移である。一般相対性理論の観点から見ると、「例えば太陽上に存在する何らかの原子によって放出されるスペクトルは、太陽上では、地球上に存在するそれと同種の原子によって放出されるス

ペクトルが地球上で見えるのと、正確に同じように見える。太陽上に存在する原子によって放出されるスペクトルを地球上で観測した場合には、そのスペクトル線は、地球上で放出されるそれと同じスペクトルのスペクトル線から偏移していることが判明する。周波数 $\omega$ のまさに各スペクトル線は、次の公式によって決定される周波数間隔 $\Delta\omega$ だけ偏移することになる：

$$\Delta\omega/\omega = (\varphi_1 - \varphi_2)/c^2. \quad (4.13)$$

ここで $\varphi_1$ および $\varphi_2$ はそれぞれスペクトルの放出現所および観測場所における重力場のポテンシャルである」[5]。

$\varphi_1$ および $\varphi_2$ はニュートンの重力ポテンシャルであること、すなわち $2 \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = \Phi_1 - \Phi_2$  (3.16)であることを強調すべきである。

$\varphi_1 - \varphi_2 < 0$ であるから、 $\Delta\omega < 0$ である。すなわち、偏移はより小さい周波数の方へ生じる。これはいわゆる赤方偏移である。

一般相対性理論の観点から見ると、この現象の物理的意味は次のとおりである。重力場の存在下では、相異なる空間点では時間は相異なる流れ方をする。この場合には、太陽上の重力ポテンシャルの値は地球上より低く、それゆえ、太陽上の時間は地球上よりゆっくりと流れる。このことは、地球上の観測者の視点から見ると、太陽上で生じる全ての諸過程（電磁振動も含む）は地球上よりゆっくりと進行することを意味している。まさにそれゆえに、スペクトル線の赤外線側への偏移が生じる [5]。現在、方程式(4.13)は約 0.1%の精度で検証されている [18, Vol.5]。

### 3. 太陽近傍を通過する光線の偏向

一般相対性理論の観点から見ると、太陽近傍の時空は曲がっている。それゆえ、光線の軌道も曲がる。例えば光線が太陽の中心から距離 $r$ の所を通過するとすれば（図 7 参照）、光線は角度 $\alpha$ だけ偏向する [5]：

$$\alpha = \frac{4GM_S}{rc^2}. \quad (4.14)$$

光線が太陽の近傍を通過するとすれば、 $r$ は太陽の半径ということになり、したがって $\alpha = 1.75$ 秒角が得られる。ニュートンの重力理論の枠内でも、太陽の近傍を通過する光線の偏向を計算することができる。光子を太陽に引き付けられている粒子とみなせば、偏向角 $\alpha$ の次の値が得られる：

$$\alpha = \frac{2GM_S}{rc^2}. \quad (4.15)$$

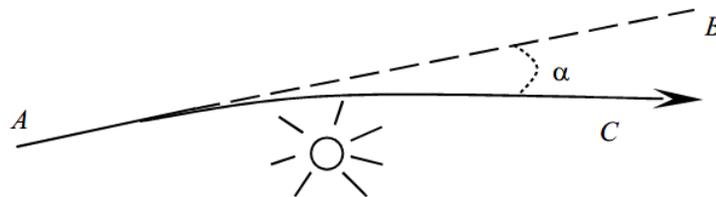


図 7

光線の偏向に関する表式(4.15)は既に 1801 年に得られた [16]。このように、太陽の近傍を通過する光線の偏向に関して、一般相対性理論はニュートンの重力理論のきっかり 2 倍の値を与えている。1919 年の皆既日食のとき、方程式(4.14)は実験的に裏付けられ、これにより、一般相対性理論の実験的検証が初めて行われた。現在、方程式(4.14)は約 0.1%の精度で検証されている [18, Vol.5]。

方程式(4.14)の実験的検証こそが一般相対性理論の主要な裏付けとなっていることに注

目すべきである。ここで問題なのは、スペクトル線の重力偏移は、ニュートンの重力理論の観点からも説明することが可能であることである：光子は重力的引力の克服のためにエネルギーを失うのである。しかし、方程式(4.14)は方程式(4.15)の2倍の値を与えており、この効果はニュートンの重力理論の枠内ではまったく説明不可能である。

#### 4. シャapiro効果

一般相対性理論の観点から見ると、時間は大質量の近傍では空虚な空間中におけるより遅くなる。太陽近傍を通過する光線の場合には、その追加的な遅延は約 $2 \cdot 10^{-4}$  sである。1950年代、太陽から反射されたレーダー信号の遅延の測定実験が行われた [35]。この実験も一般相対性理論の予測を裏付けた。そして現在 [18, Vol.5]、その予測は約0.1%の精度で検証されている。

一見したところ、この測定実験は、我々によって公準として設定された新法則(2.1)を反証しているように見えるかもしれない。新法則(2.1)からは、光速度は太陽近傍において、逆に増大することが導き出される。しかし§4.12で示されるように、ここには明らかな矛盾はない。

#### 5. 時間の遅れ

既に指摘したように、一般相対性理論の観点から見ると、時間は大質量近傍では遅くなる。1970年代、この予想を検証するため、飛行機およびロケット上の時計を用いた一連の実験が行われた。しかし、それらの実験の精度は高くなく、しかもそれらは間接的な実験でしかなかった。なぜなら、それらの実験で測定されていたのは、時計の歩度に対する様々な物理因子の影響の結果であったからである (§8.4参照)。このように、大質量近傍における時間の遅れは、実験的に立証された事実ではなく、実験的に検証された近似的な方程式(4.12)に基づいて行われた、単なる理論的予想にすぎないのである。

### § 4.5 一般相対性理論の限界

一般相対性理論の方程式(4.5)には、宇宙の質量も、質量の分布密度も明示的な形で含まれていない。その観点から見ると、宇宙の全質量は、地球近傍空間中で生じていることに対して、宇宙のどこかそれ以外の場所で生じていることに対して、事実上影響を及ぼしていない。言い換えると、時空は時空中に存在している物質\*に依存しておらず、他方、物質\*的物体は時空の幾何学に対してしか影響を及ぼしていない。

そこでは、光速度も、プランク定数も、電子の静止質量（あるいはそれ以外の素粒子の静止質量）も重力ポテンシャルの値に依存していないこと、すなわち宇宙のその他全ての物質\*の分布に依存していないことも暗黙のうちに予想されている。一般相対性理論に関する著名な専門家であるロバート・ディッケはこれについて次のように書いている：「アインシュタインの重力理論では、全体的質量分布に対する慣性基準系の方向 [orientation] は、その分布によって決定されている。しかしこの理論では、上記のいくつかのトリビアルな相互関係を除くと、実験室から遠方の宇宙における物質\*分布は、実験室で観測可能なそれ以外の効果をもたらさない」 [26]。

宇宙の全物質\*は物理過程の進行にまったく影響を及ぼさないという予想は、少なくとも、あり得ることとは思われない。また、科学文献において、一般相対性理論は強い重力場の場合には適用することができないという予想が一度ならず述べられていることに注目することができる [50]。

一方、新理論の観点から見ると、宇宙の重力ポテンシャルは、光速度やプランク定数といった時空の基本パラメーターを決定している。それゆえ、一般相対性理論の方程式は、重力ポテンシャルの変化が小さい場合、すなわち、光速度およびプランク定数の値の変化

を無視することが可能な場合 ( $|\Delta\Phi| \ll |\Phi| = c^2$ ) に対してしか適用することができない。

宇宙の全質量によって創出され、地球近傍空間中における光速度の値を決定している重力ポテンシャルは次式に等しい： $|\Phi| = c^2 = 9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ 。また、太陽の重力場中では光速度はパーセンテージではきわめてわずかな値しか変化しない。したがって太陽表面上においてさえ、方程式(2.4)から容易に計算されるように、光速度の変化の値は $\Delta c = 600 \text{ m/s}$ 、すなわち $\Delta c/c = 2 \cdot 10^{-6}$ となる。一般相対性理論を裏付けている実験（例えば太陽系中における相対論的重力試験）の精度はそれより著しく低く、およそ0.1%である[18, Vol.5]。

したがって、既存の実験データ（一般相対性理論の検証実験のデータを含む）によれば、宇宙における物質\*分布は光速度に影響を及ぼしていないという結論を下すことはできない。

§1.3 で既に指摘したように、銀河間空間中においても、重力ポテンシャルの相対的变化は無視できるほど小さい。なぜなら、重力ポテンシャルの値は宇宙の遠方質量によって事実上完全に決定されているからである。ただし、宇宙の膨張時には、重力ポテンシャルの変化はきわめて顕著となる。それゆえ、この場合には、光速度(2.1)およびプランク定数(2.9)の変化、また素粒子の質量(3.21)の変化を考慮すべきである。

現代宇宙論のモデルでは、宇宙の質量分布が宇宙物理学的過程に及ぼす影響がまったく考慮されていないという点を指摘することができる。まさにこの理由により、宇宙論上の多数の問題が生じている可能性がある。我々はそのうちのいくつかの問題について第9章で検討し、次に第10章で新たな観点からそれらについての説明を行う。

#### §4.6 等価原理

物体の慣性質量はその重力質量と恒等的に等しいので、重力場中における物体の運動は、非慣性基準系中における物体の運動と類似している。そして一般相対性理論の観点から見ると、その類似性が生じるのは、重力場と非慣性基準系とが、その本質において恒等的に等しいからである。

新理論の観点から見ると、それはそうではない。宇宙の重力場が、我々を取り囲んでいる時空を創出しているのである。光速度およびプランク定数の値は重力ポテンシャルの値に依存している。非慣性基準系中においては、光速度およびプランク定数の値は変化しない。それゆえ、重力ポテンシャルは非慣性基準系とは原理的に異なっている。

例えば、粒子が非慣性基準系中で自由運動するとき、その静止質量が一定に保たれるのに対し、慣性質量は粒子の速度に依存して変化する(1.21)。重力場中における粒子の自由運動はそれとは全く異なった生じ方を示す。この場合には、粒子の慣性質量が一定に保たれる(3.7)のに対し、その静止質量は重力ポテンシャルに依存して変化する(3.21)。重力場と非慣性基準系中との間には、それ以外の違いも存在する。例えば、電荷は加速度運動すると、電磁波を放射する。それゆえ、非慣性基準系中で静止している電荷は電磁波を放射する。しかし、重力場中で静止している電荷は電磁波を放射しない。別の面から見ると、§3.2 で示したように、公式(2.1)から慣性質量と重力質量との相等性が導き出される。そしてその結果としてのみ、 $c$ および $\hbar$ の変化を無視することができる場合には、非慣性基準系中における物体の運動は、弱重力場中における物体の運動と類似したものになる。

一般相対性理論では、重力は時空を曲げるのみが予想されている。それに対し、新理論の観点から見ると、重力は光速度およびプランク定数といった時空の基本パラメータを決定する。そしてこの観点から見ると、一般相対性理論に対して原理的に新たな解釈を与えることができる。重力場中では、ある空間点から別の空間点に移行すると、光速度およびプランク定数が変化する。そして一次近似において（すなわち $\Delta\hbar \ll \hbar$ ,  $\Delta c \ll c$ のとき）、この効果を時空の曲がりとみなすことができる。

## § 4.7 光線の偏向

時空の曲率は、何よりもまず光線の軌道が曲がること、また、スペクトル線の重力偏移が生じることに於いて発現する。これらの効果は平坦な時空中には存在しない。すなわち、時空の曲率を決定する基本特性は光線の軌道である [17]。

重力場中における光子の運動について新たな観点から検討しよう。太陽近傍を通過する光線は、方程式(4.14)に従って角度 $\alpha$ だけ偏向する。この偏向角の値は、ニュートンの重力理論の枠内で計算された光の偏向角の値(4.15)のきっかり 2 倍である。一般相対性理論の観点から見ると、光線のこの 2 倍の偏向は時空の曲率によって説明される。それに対し、新理論の観点から見ると、この効果の説明は次のようになる。我々は§3.5において、公式(2.1)を用いて、物体が重力場中を運動するとき、(物体の速度が小さい ( $V \ll c$ ) 場合には)物体のポテンシャルエネルギーの半分だけが運動力学的エネルギーに移行することを突きとめた。残りの半分は内部エネルギー (静止エネルギー) に移行する。ニュートン力学には、静止エネルギーのような概念は存在しない。それゆえ、重力場中における物体の運動時には、その運動力学的エネルギーの変化のみが考慮される。まさにこのことから、ポテンシャルエネルギーの変化および重力ポテンシャルの値に関する誤った結論が下されている。重力ポテンシャルの値はきっかり 2 分の 1 に過小評価されている。光子は静止エネルギーを持っていない。それゆえ、光子が重力場中で運動するときには、光子の全てのポテンシャルエネルギーがその運動力学的エネルギーに移行する。まさにこのことが、光子は方程式(4.15)から導かれる角度の 2 倍の角度だけ偏向しており、これは方程式(4.14)ときっかり一致しているという結果をもたらしている。

さらに、次のことに注目することができる。光子は (それ以外の任意の量子物体と同様に) 二重性を持っている。それゆえ、ある面から見ると、光を粒子束とみなすことが可能であるが、別の面から見ると、光は電磁波である。そこで我々は以下の諸節において、光を電磁波の運動とみなした上で、重力場中における光線の偏向を計算する。

## § 4.8 電磁波の伝播

一様な媒質中では、光 (電磁波) はある点から別の点へ最短経路に沿って、すなわち直線に沿って運動する。それに対し、非一様な媒質中では、光の経路は曲がっている。すなわち光は最短経路ではない経路に沿って運動する。光が通過した経路の測定単位として、我々は任意の量を選ぶことができる。ところが、光が通過した経路を光の波長 $\lambda(l)$  (これは光線の軌道 $l$ に沿って変化することができる) を単位として測定した場合には、非一様な媒質中でも、光は点 $A$ から $B$ へ、やはり最短経路に沿って運動する：

$$\int_A^B \frac{dl}{\lambda(l)} = \min. \quad (4.16)$$

すなわち、光は点 $A$ から $B$ へ、光線の軌道に沿って取られた $\frac{dl}{\lambda(l)}$ の積分が最小値を持つような仕方で運動することになる。光が通過し、光の波長を単位として測定された経路の長さは光路長と呼ばれている。それゆえ、方程式(4.16)から、光は、それが通過した経路の光学的長さが最短となるように運動するということが導かれる

例えば、光が点 $A$ から $B$ へ、曲線 $L$ に沿って運動するとしよう (図 8)。この場合には、点 $A$ および $B$ を通る任意の線、例えば線 $L'$ の光学的長さは、線 $L$ の光学的長さより大きくなる：

$$\int_A^B \frac{dl'}{\lambda(l')} > \int_A^B \frac{dl}{\lambda(l)} = \min. \text{ 線}L\text{の光学的長さは最小であるから、}L\text{に無限に近い所に位置する}$$

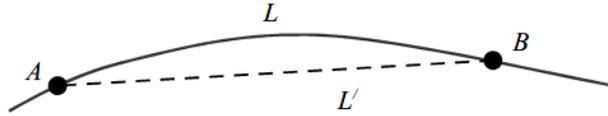


図8

任意の線の光学的長さは、一次近似において $L$ の光学的長さと同一になる。それゆえ、方程式(4.16)は変分の形で表すことができる：

$$\delta \int_A^B \frac{dl}{\lambda(l)} = 0. \quad (4.17)$$

この方程式は、真の運動軌道からの積分記号下の表式の偏向（変分）が無限小のとき、積分値の変化はゼロに等しいということを意味している。非一様な媒質中における波の伝播を記述する変分方程式(4.17)は次の物理的意味を持っている。

ある波が線 $L$ に沿って伝播しているとする（図9参照）。 $L$ 上にあり、強度の最大値に対応している点 $A$ および $B$ について検討しよう。質点とは異なり、波は、数学的な線 $L$ に沿ってではなく、 $L$ に十分近い所に位置している曲線族 $L_n$ の全てに沿って同時に運動する。そして点 $A$ および $B$ に強度の最大値がある場合には、したがってまた点 $A_n$ および $B_n$ にも強度の最大値があることになる。しかしこのことは、まさに、波は、方程式(4.17)に従い、それらの曲線の光学的長さが同一であるような（点 $B$ と $A$ との間における位相差が同一であるような）曲線族 $L_n$ に沿って運動することになることを意味している。

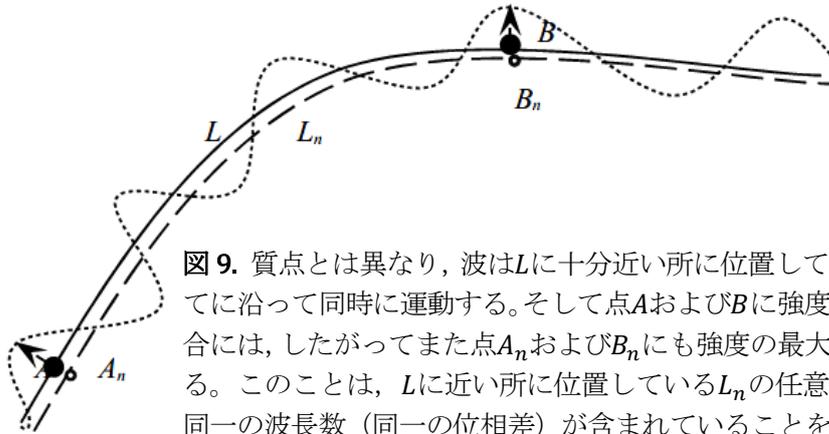


図9. 質点とは異なり、波は $L$ に十分近い所に位置している曲線族 $L_n$ の全てに沿って同時に運動する。そして点 $A$ および $B$ に強度の最大値がある場合には、したがってまた点 $A_n$ および $B_n$ にも強度の最大値があることになる。このことは、 $L$ に近い所に位置している $L_n$ の任意の曲線に沿って、同一の波長数（同一の位相差）が含まれていることを意味している。すなわち、 $L_n$ の全ての線の光学的長さは同一である。方程式(4.17)には、まさにこのことが反映されている。

$\lambda(l) = \frac{2\pi c(l)}{\omega(l)}$ （ここで $c(l)$ は波の伝播速度； $\omega(l) = 2\pi \cdot \nu(l)$ は波の振動の円周波数であり、 $\nu$ は普通の振動周波数）であることを考慮すると、方程式(4.16)は次の形で表すことができる：

$$\int_A^B \frac{\omega(l)}{c(l)} dl = \min. \quad (4.18)$$

電磁波が何らかの媒質中を運動するとき、その伝播速度は変化する可能性があるが、しかし周波数は常に一定に保たれることに注目することができる。それゆえ、周波数を積分記号の外に出すことができる：

$$\int_A^B \frac{dl}{c(l)} = \min. \quad (4.19)$$

この方程式の中の積分は、光が軌道 $l$ に沿って点 $A$ から点 $B$ に至るために光が必要とする時間である。すなわち、光は、その経路に費やす時間が最小となるような仕方で点 $A$ から点 $B$ まで運動する。それゆえ、方程式(4.19)は最小時間の原理（あるいはフェルマーの原理）と呼ばれている。この方程式に定数値 $c_0$ （地球条件下における真空中の光速）を掛けると、この方程式を次の形で表すことができる：

$$\int_A^B \frac{c_0}{c(l)} dl = \int_A^B n(l) dl = \min. \quad (4.20)$$

$n(l) = c_0/c(l)$ の値は媒質の屈折率と呼ばれている。

しかし、電磁波が重力場中を運動する場合にはその周波数が変化し、それゆえ、その運動軌道を見出すために最小時間の原理(4.19)を適用することはもはやできない。この場合に軌道を見出すためには、方程式(4.17)または(4.18)の形で表されている、より基本的な原理を用いる必要がある。

方程式(3.9)より、電磁波（光子）が重力場中を運動するとき、 $\frac{\hbar\omega}{c^2}$ の値は一定に保たれることが導き出される。また、プランク定数の値は光速の値に反比例する(2.8)のであるから、したがって、 $\frac{\omega}{c^3}$ の値は一定に保たれることになる。こうして $\frac{\omega}{c} \sim c^2$ が得られ、方程式(4.18)を次の形で表すことができる：

$$\int_A^B c^2 dl = \min. \quad (4.21)$$

あるいはまた、方程式(2.1)を考慮すると、次の形で表すこともできる：

$$-\delta \int_A^B \Phi dl = 0. \quad (4.22)$$

質量 $M$ によって創出される重力場中の場合には、方程式(4.22)は次の形で表すことができる：

$$\begin{aligned} -\delta \int \Phi dl &= -\delta \int (\Phi_0 + \Delta\Phi) dl = \delta c_0^2 \int \left(1 + \frac{2GM}{rc_0^2}\right) dl = 0 \Rightarrow \\ \delta \int \left(1 + \frac{2GM}{rc_0^2}\right) dl &= 0. \end{aligned} \quad (4.23)$$

ここで $c_0$ および $\Phi_0$ は質量 $M$ から十分大きな距離における光速および宇宙の重力ポテンシャルである：

$$c_0^2 = -\Phi_0.$$

こうして我々は、波の伝播を決定する一般原理(4.17)から出発して、重力場中における電磁波の伝播を決定する方程式(4.21)、(4.22)および(4.23)を得た。次節では、これらの方程式を用いて太陽重力場中における偏光を計算し、得られた結果を実験値と比較する。

## § 4.9 屈折率

方程式(4.20)が非一様な媒質中における光の伝播を記述しているのに対し、方程式(4.21)は重力場中における光の伝播を記述している。それにもかかわらず、数学的観点から見ると、それらは完全に等価である。それゆえ、方程式(4.21)で積分記号下にある $c^2$ の値を、実効屈折率とみなすことができる。

屈折率 $n_1$ の媒質から屈折率 $n_2$ の媒質へ移行するとき、光は偏向する(図10参照)。このとき、次式が成り立つ：

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2. \quad (4.24)$$

角度 $\theta_1$ および $\theta_2$ は、媒質を2つに分けている面への法線から測られる。方程式(4.24)はスネルの法則という名前を持っている。この方程式はフェルマーの最小時間の原理から容易に導き出される [8]。

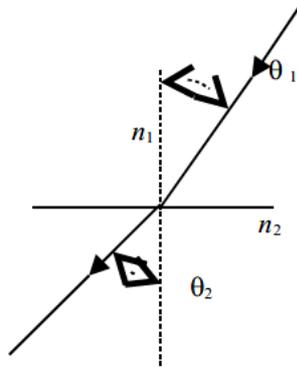


図 10. 屈折率 $n_1$ の媒質から屈折率 $n_2$ の媒質へ移行するとき、光線は偏向する。

太陽を取り囲む空間は、頭の中で、厚さ $dr$ の無限に薄い同心球に分割することができる(図11参照)。そのような球上における屈折率は次のようになる：

$$n(r) = c^2(r) = c_0^2 + 2GM/r.$$

ここで $c_0$ は太陽から十分遠方における光速度； $r$ は球の半径である。

太陽の重力場は弱場である。すなわち、その重力場中では $\Delta\Phi/\Phi_0 \ll 1$ であり、したがって $\Delta c/c \ll 1$ である。その結果、光は事実上直線 $AB$ に沿って運動する。それにもかかわらず、屈折率 $n$ の球から屈折率 $n + dn$ の次の球へ移行するごとに、光は無限小の角度 $d\alpha$ だけ偏向する。方程式(4.24)を考慮すると、次式が得られる： $n \sin \theta = (n + dn) \sin(\theta + d\alpha)$ 。 $\sin(\theta + d\alpha) = \sin \theta + \sin' \theta d\alpha = \sin \theta + \cos \theta d\alpha$ であるから、したがって次式が得られる： $n \sin \theta = (n + dn)(\sin \theta + \cos \theta d\alpha) = n \sin \theta + \sin \theta dn + n \cos \theta d\alpha + \cos \theta dn d\alpha$ 。値が小さい2次項( $\cos \theta dn d\alpha$ )を無視すると、次式が得られる：

$$\begin{aligned} \sin \theta dn &= -n \cos \theta d\alpha \Rightarrow d\alpha = -\operatorname{tg} \theta \frac{dn}{n}, \\ \frac{dn}{n} &= \frac{d(c^2)}{c^2} = \frac{1}{c^2} d\left(\frac{2GM}{r}\right) = \frac{1}{c^2} d\left(\frac{2GM}{\rho} \sin \theta\right) \frac{2GM}{\rho c^2} \cos \theta d\theta. \end{aligned} \quad (4.25)$$

ここでは $r = \rho / \sin \theta$  (ここで $\rho$ は衝突パラメーター)、すなわち太陽の中心から直線 $AB$ までの最小距離が考慮されている。したがって次式が得られる：

$$d\alpha = -\frac{2GM}{\rho c^2} \sin \theta d\theta.$$

負の符号は、角度 $\alpha$ の増加は角度 $\theta$ を減少させること、すなわち光線が太陽へ「引き寄せら

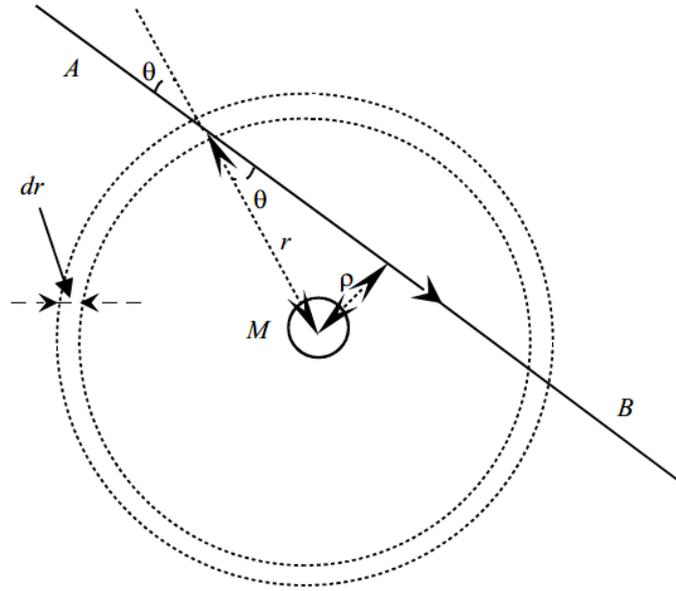


図 11. 光線が太陽の中心から距離 $\rho$ の所を通過する。光線は事実上直線 $AB$ に沿って運動している。それにもかかわらず、光線が太陽の中心から距離 $r$ の所に存在する球の無限に薄い層 $dr$ を角度 $\theta$ で通過するごとに、光線は無微小の角度 $d\alpha$ だけ偏向する。各球上における実効屈折率は次式に等しい： $n(r) = c^2(r) = c_0^2 + 2GM/r$ 。

れる」ことを意味している。光線が運動するとき、角度 $\theta$ はゼロから $\pi$ まで変化し、したがって結局のところ、光線は角度 $\alpha$ だけ偏向する。角度 $\alpha$ は次式に等しい：

$$\alpha = -\frac{2GM}{\rho} \int_0^\pi \frac{\sin \theta}{c^2} d\theta.$$

太陽の重力場中では、光速度はパーセンテージではきわめてわずかな値しか変化しないので、光速度を積分記号の外に出すことができる。さらに $\int_0^\pi \sin \theta d\theta = -(\cos \pi - \cos 0) = 2$ を考慮すると、次式が得られる：

$$\alpha = -\frac{4GM}{\rho c^2}. \tag{4.26}$$

諸量の計算値を代入すると（光線は太陽近傍を通過するので、 $\rho$ の代わりに太陽の半径の値を代入しよう）、次式が得られる：

$$|\alpha| = \frac{4 \cdot 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{7 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} = 0.85 \cdot 10^{-5} \text{ rad} = 1.75''.$$

すなわち、太陽近傍を通過するとき、光線はわずか1.75秒角しか偏向しないのである。

こうして我々は、重力場中では光線およびプランク定数の値が変化すると予想し、電磁波の伝播を記述する方程式(4.22)を得た。そして弱重力場の場合について、我々は偏向角の値(4.26)を見出した。既に指摘したように、その値は太陽の重力場中について約0.1%の精度で検証されている。

#### § 4.10 スペクトル線の偏移

スペクトル線の重力偏移効果(4.13)が存在することが実験から知られている。一般相対

性理論の観点から見ると、この効果は、重力場の相異なる点においては、時間が相異なる流れ方をすることによって引き起こされる。

それに対し、我々は、重力場の相異なる点においては、光速およびプランク定数の値が相異なっていると予想する。それだけでなく、素粒子の静止質量もまた、重力ポテンシャルの値に依存している(3.21)。スペクトル線の重力偏移について新たな観点から検討しよう。

水素原子のエネルギー準位 $E_n$ は値の離散スペクトルを持っており、ボーアの公式によって決定される [6] :

$$E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2(1+m/m_p) \cdot n^2}. \quad (4.27)$$

ここで $m$ は電子の質量； $m_p$ は陽子の質量である。電子が準位 $E_n$ から準位 $E_k$  ( $n > k$ ) に遷移するとき、エネルギー $\varepsilon = \hbar\omega = E_n - E_k$ および周波数 $\omega = (E_n - E_k)/\hbar$ を持った光子が照射される。次の記号を導入しよう :

$$Z = \frac{e^4}{2(1+m/m_p)} \cdot \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right).$$

すると、次式が得られる :

$$\omega = Zm/\hbar^3. \quad (4.28)$$

このような記号は我々にとって都合がよい。なぜなら、 $Z$ は重力ポテンシャルに依存していないからである。

重力ポテンシャル $\Phi_1$ および $\Phi_2$ を持っている空間領域中においては、それぞれ次のようになる： $\omega_1 = Zm_1/\hbar^3$ および $\omega_2 = Zm_2/\hbar^3$ 。方程式(3.21)より、 $m_2 = m_1 \frac{\sqrt{-\Phi_1}}{\sqrt{-\Phi_2}}$ が導き出される。また方程式(2.9)より、 $\hbar_2 = \hbar_1 \frac{\sqrt{-\Phi_1}}{\sqrt{-\Phi_2}}$ が導き出される。その結果、次式が得られる :

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\Phi_2}{\Phi_1}. \quad (4.29)$$

方程式(4.29)から分かるように、原子が重力場中の「より深い」所に存在するほど、原子の放射周波数はより高くなる。例えば太陽 ( $\Phi_1$ ) 上における原子の放射周波数は、地球 ( $\Phi_2$ ) 上におけるより高い。

しかし、この場合に我々にとって興味深いのは、次のことである。太陽 (ポテンシャル $\Phi_1$ ) 上で放出された光子は、それが既に地球 (ポテンシャル $\Phi_2$ ) に到着したとき、どのような周波数を持つことになるのであろうか？ なにしる、光子が重力場中を飛行している間に、その周波数は変化しているのである。

方程式(3.9)から導き出されるように、光子が重力場中を運動するとき、その慣性質量は一定に保たれる。すなわち、 $\hbar\omega/c^2 = \text{const}$ という値になる。したがって、光子が地球に到達したとき、光子は既に周波数 $\omega_{12}$ を持っていることになる。このとき :

$$\hbar_1\omega_1/c_1^2 = \hbar_2\omega_{12}/c_2^2$$

となる。(2.1)および(2.9)を考慮すると、次式が得られる :

$$\frac{\omega_{12}}{\omega_1} = \frac{\hbar_1 c_2^2}{\hbar_2 c_1^2} = \left(\frac{\Phi_2}{\Phi_1}\right)^{3/2}. \quad (4.30)$$

$\omega_2$ を通じて $\omega_1$ を表すと、方程式(4.29)より次式が得られる：

$$\omega_{12} = \omega_2 \sqrt{\frac{\Phi_2}{\Phi_1}}. \quad (4.31)$$

$\omega_2$ は、ポテンシャル $\Phi_2$ を持つ領域におけるスペクトル線の放射周波数であることを思い出そう。また $\omega_{12}$ は、それと同じスペクトル線、ただしポテンシャル $\Phi_1$ を持つ領域で放出され、ポテンシャル $\Phi_2$ を持つ領域で観測されるスペクトル線である。方程式(4.31)より、 $|\Phi_2| < |\Phi_1|$ の場合、またはそれと同じことであるが、 $\Phi_2 > \Phi_1$ の場合には、次のことが導き出される：

$$\omega_{12} < \omega_2.$$

このことは、地球上の観測者は、太陽上に存在している水素原子の放射スペクトルを、赤の周波数の方へ偏移した状態で見るということを意味している。

弱重力場の場合における光の周波数の変化を計算しよう。 $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ および $\Delta\omega = \omega_{12} - \omega_2$ と表すと、次式が得られる：

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_2} = \frac{\omega_{12}}{\omega_2} - 1 = \sqrt{\frac{\Phi_2}{\Phi_1}} - 1 = \sqrt{1 + \frac{\Delta\Phi}{\Phi_1}} - 1.$$

$|\Delta\Phi| \ll c^2$ であることを考慮すると、次式が得られる：

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_2} = \frac{\Delta\Phi}{2\Phi_1} = -\frac{\Delta\Phi}{2c^2}. \quad (4.32)$$

$-\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = 2(\varphi_1 - \varphi_2)$ であるから ((3.16)参照)、スペクトル線の偏移に関する方程式(4.32)は、約0.1%の精度で実験的に検証されている方程式(4.13)と等価である。

光源が地球表面上にあり、観測者は地球表面上方の高度 $H$ の所にいるとしよう。この場合、観測者はスペクトル線の重力偏移の次の値を記録する：

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_2} = -\frac{2gH}{2c^2} = -\frac{gH}{c^2}. \quad (4.33)$$

本節より前の諸節で述べたことを考慮すると、次の結論を下すことができる。 $|\Delta\Phi| \ll c^2$ である弱重力場中では、新たな時空モデルは、光線の偏向およびスペクトル線の偏移に関して、相対性理論と同一の方程式をもたらす。

#### § 4.11 ブラックホール

一般相対性理論では、光速の値は絶対的な定数である。まさにそれゆえに、その重力場からは光さえも飛び出すことができない、大質量物体が存在することが可能となっている。そのような物体はブラックホールと呼ばれている。古典力学にも、ブラックホール—その表面上では第二宇宙速度が光速より大きい大質量物体—という概念が存在していること [18, Vol.5] に注目すべきである。

しかし、新理論の観点から見ると、**ブラックホールは存在しない**。なぜなら、光速の

値は大質量物体の近傍では増大する(2.1)からである。

この問題についてより詳しく検討しよう。慣性質量 $m_{\text{in}}$ を持っている物体の全エネルギーは $E = m_{\text{in}}c^2$ に等しい。そして物体が大質量の重力場から飛び出すためには、物体はそのエネルギーの一部を費やす必要がある。それゆえ、重力的引力のエネルギーが物体の全エネルギーより大きい場合には、物体はいかなる条件下においても、そのような場から飛び出すことができない。例えば内部過程の結果、物体が消滅した場合、すなわち光に転化した場合でさえも、その光もまた、重力場の限界外には飛び出さない。光にはそのためのエネルギーがまったく不足している。新たな観点から見ると、状況は根底から変化する。なにしろ、任意の物体は、それが宇宙の質量に取り囲まれているという理由によってのみ、エネルギーを持っているのである。また、物体が重力場中の「より深い」所に存在するほど、物体の内部エネルギーはより大きくなる。物体の全エネルギーは、宇宙のその他全ての物体に引き付けられる物体の重力エネルギーと正確に等しい。それゆえ、物体の全エネルギーは、たとえそれがきわめて大きな物体であるとしても、他の何らかの1個の物体に引き付けられるエネルギーより常に大きい。

例えば、重力ポテンシャル $\Phi_0$ を持っている空間領域について検討しよう。その領域からある距離の所に膨大な質量 $M$ が存在しているとしよう。その質量の表面上における重力ポテンシャルの値を $\Phi$  ( $\Phi < \Phi_0$ ,  $|\Phi| > |\Phi_0|$ ) としよう。

光子は、重力ポテンシャルの $\Phi$ がどのような値のとき、質量 $M$ の重力場から飛び出ることができるのであろうか？

光子はエネルギー $\varepsilon$ を持っている。すなわち、光子は慣性質量も、重力質量も持っている： $\mu = \varepsilon/c^2$ 。光子が重力ポテンシャル $\Phi$ の領域から飛び出て、重力ポテンシャル $\Phi_0$ の領域に入るためには、光子は次の仕事をする必要がある：

$$A = \mu(\Phi_0 - \Phi) = \frac{\varepsilon}{c^2}(\Phi_0 - \Phi). \quad (4.34)$$

一般相対性理論においては（ニュートン力学におけるのと同様に）光速度は一定の値とみなされている。それゆえ、方程式(4.34)より、 $(\Phi_0 - \Phi) > c^2$ の場合には、 $A > \varepsilon$ であることが導き出される。このことは、重力を克服するために光子がする必要がある仕事は、光子の全エネルギーより大きいことを意味している。したがってこの場合には、光子は質量 $M$ の重力場から飛び出ることができない。それに対し、新たな観点から見ると、質量 $M$ の表面上における光速度は $c^2 = |\Phi|$ に等しくなる。これは次のことを意味している：

$$\Phi_0 - \Phi = c^2 - c_0^2 < c^2.$$

それゆえ、方程式(4.34)より、任意の値 $\Phi$ のとき、 $A < \varepsilon$ であることが導き出される。このことは、光子が任意の重力場の重力を克服するのに十分なエネルギーを持っていることを意味している。例えば活動銀河核中に、強力な放射線源である膨大な質量が存在することができるのは、そのためである。そのような放射のスペクトルは赤外線領域の方へ強く偏移することになる。

#### § 4.12 電波信号の遅延

我々は§§4.7-4.10において、重力場中における電磁波（光子）の運動を新理論の観点か

ら検討した。その結果、弱重力場 ( $|\Delta\Phi| \ll c^2$ ) の場合について、光線の偏向(4.26)およびスペクトル線の偏移(4.32)に関する方程式を得た。それらの方程式は、一般相対性理論のそれに対応する方程式と一致している。そして「波面の伝播に関する方程式は、空間および時間の諸性質の基本的な特徴付けである」[17]ということから、次の結論を下すことができる。

**重力場中では、ある空間点から別の空間点に移行すると、光速度およびプランク定数が変化する。そして一次近似において (すなわち  $\Delta\hbar \ll \hbar$ ,  $\Delta c \ll c$  のとき)、この効果を時空の曲がりとみなすことができる。**

シャピロ効果について言えば、この件に関して次のことを述べることができる。もしこの実験において、太陽の近傍における光速度と太陽から遠方における光速度との比較が直接的に行われていたならば、この実験から、重量場中では光速度が減少するという一義的な結論を下すことができたはずである。しかしこの実験では、地球と太陽との間を往復する電波信号の進行時間は、空虚な空間中における電波信号の**計算上の**進行時間と比較されていた。

この実験を注意深く検討しよう (この実験の記述は、例えば S.ワインバーグの著書『重力と宇宙論』に引用されている)。地球、太陽および水星が事実上 1 直線上にあったとき (このとき、太陽は地球と水星の間にあった)、地球から水星に向けて電波信号が送られた。この信号は太陽近傍を通過し、水星の表面に到達し、そこから反射されて地球に戻って来た。電波信号の進行時間はきわめて高い精度で測定することができた。しかし、地球から水星までの距離を、どのようにして高い精度で測定するのか？

この実験において知っている必要があったはずのその距離の誤差は、1.5 km (!) を超えてはならなかった。信号は水星表面上の 1 個の鏡面点からではなく、完全に明確なサイズのエリアから反射された。それゆえ、信号の到着時刻は数百マイクロ秒までの精度で知られていた [36]。しかしこのことでさえ、この実験の実施上における原理的な困難ではなかった。原理的な困難は別のことにあった。地球から太陽までおよび太陽から水星までの「真の」距離を、どのようにして決定するのか？ 太陽の重力場の非存在下において電波信号がそれらの距離を通過するときの時間を、どのようにして高い精度で知るのか？ なにしる我々は、太陽の重力場を「オフ」にしてから、光が太陽まで到達し、そこから戻って来るための所要時間を測定することはできないのだ。

さて、この実験では、地球から太陽までおよび太陽から水星までの「真の」距離が不明であったので、計算においては、それらの距離の代わりに、様々なパラメーターが利用された。「それらのパラメーターは、次に、電波信号が地球と水星との間を運動するための所要時間を理論的公式に基づいてつじつま合わせする方法で決定された」[36]。

それゆえ、この実験からは、光速度は重力場中では減少するという一義的結論を下すことはできない。この実験からは、一般相対性理論の近似的な公式(4.12)は、太陽の重力場中では約 1.0%の精度で満たされているという結論しか下すことができない。

一般相対性理論の枠内では、重力場中では光速度は減少するという結論が、まさに方程式(4.12)から下されていることに注目するべきである。我々は第 7 章において、重力場中では光速度は増大するという予想も用いて、新理論に基づいて**量子**重力理論を定式化する。そこでは、我々が新理論に基づいて弱重力場中について計算する、間隔の 2 乗に関する表

式は、一般相対性理論における間隔の2乗に関する表式(4.12)と、 $\Delta\Phi^2/c^4$ のオーダーの項までの精度で一致することになる。こうして、シャピロによって行われた実験の結果から、量子重力理論の枠内において、それとは逆に、重力場中では光速度は増大するという結論を下すことが既に可能となる。

しかし、我々は量子重力理論の定式化に取り掛かる前に、量子物体の「奇妙な」挙動について注意深く研究しよう。この後に続く2つの章はこれをテーマとしている。

## 第7章 量子重力理論

我々は第2章において、マッハの原理から出発して、大質量の近傍では粒子の運動における不確定性が減少するという結論に達した。さらにこのことから、大質量の近傍では粒子の運動軌道は曲がるのが導き出される。それゆえ、新理論の枠内では、重力相互作用をもっぱら量子効果とみなすことができる。本章では、重力に対するこのようなアプローチが順を追って叙述される。

### §7.1 量子力学の観点から見た一般相対性理論の主な欠点

一般相対性理論の観点から見ると、重力場中では時空の尺度が変化する（それに対応して、間隔の2乗に関する表式も変化する）ことが予想される。例えば大質量の近傍では時間の流れが遅くなり、物体のサイズも変化する。

具体的な例について検討しよう。現代物理学では、継続時間が1秒の時間間隔は次のように定義されている。「1秒は、セシウム原子 $^{133}\text{Cs}$ の基底状態の2つの超微細構造準位の遷移に対応する放射の周期の9 192 631 770倍に等しい」[18, Vol.4]。このように、時間の基準は、セシウム原子の特定のスペクトル線の放射周期を通じて定義されている。ところが、一般相対性理論の観点から見ると、大質量の近傍では時間の流れる速が遅くなる。例えば大質量から十分遠方で1秒が経過した場合、大質量の近傍では数分の1秒しか経過しない。したがって、質量の近傍ではセシウム原子のスペクトル線の放射周期が増大する、すなわち、そのスペクトル線の放射周波数が低下する。それに対応して、その他の原子の放射周波数もそれと同じように比例して低下する。

それと同時に、一般相対性理論では、基本物理定数 ( $c, \hbar, m, e \dots$ ) は大質量の近傍で変化しないことが予想されている。そしてここで、量子力学との次の矛盾が生じる。量子力学の観点から見ると、原子の放射周波数は  $c, \hbar, e, m_e, m_p, m_n$  (ここで  $m_e, m_p, m_n$  は、それぞれ、電子、陽子および中性子の静止質量) の値によって完全に決定される。ところで、もしこれら全ての値が重力場中で同じままであり続けるのなら、したがって原子の放射周波数も同じままであり続けなければならない。では、時間はいったいなぜ、大質量の近傍では遅くなるのであろうか？

このように、量子力学の観点から見た一般相対性理論の主な欠点は次のことにある。一般相対性理論の枠内では、時間は、具体的な物理過程の進行には全く依存しない、独立した物理量とみなされている。しかし、他方では、現在の時間の基準は特定のスペクトル線の放射周期を通じて定義されている。

一般相対性理論のそれと類似した欠点は、距離もまた、現実の物理的物体には全く依存しない、独立したみなされていることにある。しかし、例えば現代物理学における長さの基準としては、次のように定義されている1メートルの値が1983年から採用されている。

「1983年、第17回国際度量衡総会は、1秒の299 792 458分の1の間に平面電磁波が真空中を通過する距離とする1メートルの定義を採択した」[18, Vol.3]。このように、長さの基準は時間の基準および光速の値を通じて定義されている。1メートルは、1983年まではクリプトン原子の特定のスペクトル線の波長を通じて、また1960年までは、白金・イリジウム合金の棒上の2本の目盛線の間の距離として定義されていた。

一般相対性理論の上記の欠点は、既にアインシュタインには完全にはっきり見えていた。彼はその自伝においてこれについて次のように書いている：「次に、この理論に対する批判的コメントを、上記においてこの理論が特徴付けられたのと同じ形で行おう。この理論は（4次元空間の他に）2種類の物理的事物を導入していると言うことができる。すなわち、1) 物差しと時計；2) それ以外の全てのもの、例えば電磁場、質点、等々。このことは既知の意味において非論理的である。実は、物差しと時計の理論を基礎方程式の解から除外するべきであったのだ（これらの事物が原子構造を持ち、運動していることを考慮に入れて）。また、物差しと時計の理論を基礎方程式の解から独立しているとみなすべきではなかったのだ。ところが、普通の行動様式は独自の自己正当化の理由を持っている。なぜなら、物差しと時計の理論の根拠付けのために採用された公準が不十分であることは、最初から明らかであったからである。それらの公準は、物理過程に関する十分完全な方程式をそこから導出できるほど強力ではない。そもそも、もし座標の物理的解釈を放棄しないのなら（このことそれ自体は可能なはずである）、そのような首尾一貫性の欠如を許容した方がよい（ただし、これを許容することには、理論の今後の発展段階において首尾一貫性の欠如を解消する義務が伴う）。しかし、この罪を、例えば距離を他の物理量とは本質的に異なる特殊な種類の物理的実体として表現すること（物理学を幾何学に帰着させること、あるいはこれに類すること）を許容する程度まで合法化してはならない」[16]。すなわち、アインシュタインは、物理学を幾何学に帰着させてはならない、すなわち「物差しと時計」を物理過程から切り離して検討してはならないと率直に語っていたのである。彼はまた、将来、「物差しと時計」が原子構造を持っていることを考慮に入れた上で、「物差しと時計」の理論を導き出すことが可能になることへの期待を表明していた。

一般相対性理論はアインシュタインによって1906–1916年に、すなわち量子力学が創出される以前に創出された。一般相対性理論が創出された時期には、物質の原子構造はまだ研究段階にあった。それゆえ、歴史的観点から見ると、一般相対性理論において「物差しと時計」が元々現実の物理的物体から切り離されて（物理的物体とは無関係に）検討されていたことは、まったく当然のことであった。しかし、物質の原子構造が既に十分解明されている現在、時間や距離を具体的な物理過程の進行から切り離し、独立した物理的実体とみなしてはならないことは明白である。

本章では、重力相互作用に対するまさに次のようなアプローチが提案される。**大質量の近傍では、光速度、プランク定数および素粒子の静止質量が変化する。そして今度はまさにこのことが、時空の尺度の変化をもたらす。**

ファインマンも重力に関する講義において、自然の時空の尺度、すなわち $c, \hbar, m$ （ここで $m$ は電子またはその他の何らかの粒子の静止質量）は、宇宙における全質量によって決定されており、したがって大質量の近傍において若干変化する可能性があるという考え方を述べていた。ファインマンは、一般相対性理論の方程式から出発して、結果において一般相対性理論の方程式に至るためには、時空の尺度は宇宙における全質量に対してどのように依存していなければならないかを推定しようと試みた。しかし、彼の試みは成功しなかった。それにもかかわらず、これに関する彼の話はかなり興味深い [10, §5.4]。

## § 7.2 「量子重力理論」は何を意味しているか？

現代物理学には、「量子重力理論」は何を意味しているかの正確な定義は存在しない。量子重力理論という用語により、ときには一般相対性理論における重力波の量子化、ときには曲がった時空中における量子場の理論 [18, Vol.2]、ときにはさらに別の何かの意味されていることもある。我々は本書において、量子重力理論という用語に、量子力学の原理に基づいた重力理論、すなわち量子力学と**整合している**重力理論という意味を持たせることにする。このことは、重力理論の枠内における何らかの現象の記述は、量子力学の枠内におけるその現象の記述と矛盾してはならないということの意味している。

例 1. 一般相対性理論の観点から見ると、大質量の近傍では時空の尺度が変化する。すなわち、時間および長さの全ての基準が変化する。したがって、原子のサイズ—電子殻の半径—が変化する。これに対応して、ある準位から別の準位への電子の遷移エネルギーが変化する。すなわち、原子の放射周波数が変化する。量子力学の観点から見ると、電子殻の半径がどのように変化したかを知っていれば、原子の放射周波数がどのように変化するかを計算することが可能である。問い：一般相対性理論の枠内で計算された時空の尺度の変化は、量子力学の枠内で計算された時空の尺度の変化と一致するのであろうか？

例 2. 大質量の近傍では時空の尺度が変化するのだとすると、したがって**全ての**有次元定数が変化する。例えば一般相対性理論の観点から見ると、大質量の近傍では時間の速度が遅くなり—**全ての**物理過程が遅くなり—、それゆえ、光速度が減少する。では、プランク定数の値はどのように取り扱うべきなのであろうか？ この定数は次元を持っており、それゆえ、(遠方の観測者の視点から見ると) 重力場中ではその値も変化しなければならない。重力場中ではプランク定数はどのように変化するのでしょうか？ 量子力学の枠内では、この問いに対する答えを知っていれば、原子のサイズおよび放射周波数がどのように変化するかを計算すること、すなわち時空の尺度の変化を計算することが可能である。そのとき、量子力学の枠内で計算された尺度の変化は、一般相対性理論の枠内で計算された尺度の変化と一致するのであろうか？

例 3. 量子力学の観点から見ると、素粒子、例えば電子は運動におけるいくらかの不確定性を持っており、それゆえ、波動性を持っている。一般相対性理論の観点から見ると、大質量の近傍では、粒子の波長は、尺度の変化の結果として何らかの形で変化する。重力場中では電子の波長がどのように変化するかを知っていれば、波は常に最短光路に沿って運動することから出発して、重力場中における電子の運動軌道を計算することが可能である。問い：得られた軌道は、一般相対性理論の方程式と一致するのであろうか？

一般相対性理論と量子力学の上っ面をざっと眺めただけでも、これらの理論は互いに整合していないことが見て取れる。2つの単純な例について検討してみよう。

例 1. 一般相対性理論の観点から見ると、大質量の近傍では 2 点間の全ての距離は増大する(4.7)。このことは、大質量の近傍では**全ての**長さの基準が減少することを意味している。特に、原子のサイズ—電子殻の半径—が減少する。その結果、電子は原子核の周りをより速く回転しなければならない。ところが一般相対性理論の観点から見ると、大質量の近傍における**全ての**過程は遅くなり、したがって原子核の周りの電子の回転速度も減少しなければならない。

例 2. 一般相対性理論の観点から見ると、大質量の近傍ではメートルの基準のサイズが減少し、1 秒の継続時間が増大する。それゆえ、大質量の近傍では全ての有次元定数の値も変化しなければならない。例えば光速は $[c] = \text{m/s}$ という次元を持っており、それゆえ大質量の近傍ではその値は減少する。プランク定数は $[\hbar] = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ という次元を持っており、したがって大質量の近傍ではプランク定数も減少しなければならない。量子力学の観点から見ると、原子の放射周波数はプランク定数の 3 乗の値に反比例している(4.28)。それゆえ、大質量の近傍では原子の放射周波数は増大しなければならない。ところが一般相対性理論の観点から見ると、大質量の近傍では原子の放射周波数は逆に減少する。

ここで、次の疑問が自然に生じてくる。いったいどうすれば、ある正しい理論が別の正しい理論と矛盾することができるのであろうか？ 我々は第 8 章において、この問いに対して答えることができるようになる。

### § 7.3 万有引力のメカニズム

全ての物体は互いに引き付け合っていることが知られているが、**なぜ**それが生じるかは知られていない。ニュートンの万有引力の法則（あるいは一般相対性理論においてアインシュタインによって作られたその改変版）は、あれこれの物体が重力場中でどのように運動するかを計算することを可能にしている。この法則は、重力相互作用がどのように生じるかをきわめて十分に記述している。しかしこの法則は、物体が互いに引き付け合うのは**なぜか**については、一言も語っていない。言い換えると、どのような物理的「メカニズム」が重力的引力を持っているのであろうか？

これについては、リチャード・ファインマンがその物理学講義でこう書いている：「これまで我々は、地球が太陽の周りをどのように回転しているかを記述してきただけであり、**何が地球を運動させているか**については一言も述べたことがない。ニュートンはこれについて推測をしなかった。彼にとっては、生じていることのメカニズムには立ち入ることなく、**何が生じているかを発見すればそれで十分であったのだ**。しかし**それ以来、彼以外の誰一人として、いかなるメカニズムも発見しなかった**」[7]。

それに対し、新理論の枠内では、重力相互作用のメカニズムに対して単純で一目瞭然たる説明を与えることができる。重力場中における電子（あるいは別の量子物体）の挙動について検討しよう。電子が点Aの近傍に局在化しているとしよう。ある時間が経過したとき、電子が点Bの近傍で見出される確率が存在する。その逆方向の移動の確率も存在する。一定の重力ポテンシャルを持つ空間中では、これらの確率は等しい。点Bにおける重力ポテンシャルの値が点Aにおけるより小さい場合（ $\Phi_B < \Phi_A$ で、 $|\Phi_B| > |\Phi_A|$ ）（図 23 参照）には、方程式(2.9)から導き出されるように、点Bにおけるプランク定数は点Aにおけるより



図23. 重力的引力のメカニズム。粒子が点Aの近傍に存在しているとしよう。ある時間が経過したとき、粒子が点Bの近傍で見出される確率が存在する。その逆方向の移動の確率も存在する。そして点Bが質量Mにより近い所に存在している場合には、この点における粒子の運動の不確定性はAにおけるより小さい。それゆえ、点Aの近傍から点Bの近傍への粒子の移動の確率は、その逆方向の移動の確率より大きい。

小さい。そしてこのことは、点Bにおける電子の運動の不確定性は点Aにおけるより小さいことを意味している。したがって、点Aの近傍から点Bの近傍への電子の移動の確率は、その逆方向の移動の確率より大きい。それゆえ、新理論の観点から見ると、重力相互作用を量子効果とみなすことができる。大質量の近傍では、電子（あるいは別の粒子）の運動における不確定性は**減少**し、その結果、電子は**大質量の方へ運動**する。

提案されている重力相互作用のメカニズムは、なぜ全ての物体が互いに引き付け合うかを説明することを可能にしているだけではない。このメカニズムは、重力相互作用がそれほどまでに弱い理由を説明することも可能にする。それは、電子（あるいは別の任意の粒子）の運動における不確定性が、主として宇宙の遠方質量によって制限されていることの結果なのである。また、近くに位置している物体は、電子の運動をパーセンテージではきわめてわずかな値しか減少させない。

通常、重力理論と量子力学との間には共通なものは何もないとみなされている。しかし、新理論の枠内では、重力相互作用とは、もっぱら量子効果なのだ！

重力相互作用の量子メカニズムは、別の観点からも検討することができる。その例として、再び運動する電子について検討しよう。電子の運動には不確定性が存在するため、電子は波動性を持っている。すなわち、運動する電子は運動する波であり、その波は波動関数 $\Psi$ を用いて記述することができる。一様な空間（一様な重力ポテンシャルを持っている空間）中では、波は直線に沿って伝播する。しかし大質量の近傍では、電子の運動における不確定は減少し、したがってその波長は減少する。その結果、電子の運動軌道は曲がることになる（図24参照）。

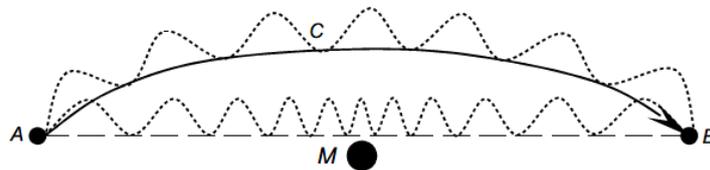


図24. 重力相互作用の量子的性格。質量Mの近傍では、時間の速さが増大する(7.14)。その結果、運動する粒子と関係している波の振動周波数が上昇し、それに対応して波長が減少する。そして粒子は、通過した経路において固有振動の最小値を実現するため、すなわち、経路の終点と始点における位相差が最小になるようにするため、直線ABに沿ってではなく、曲線ACBに沿って運動する。

以下、本章では、上に提案されている重力相互作用の量子メカニズムから出発して、重力場中における電子（あるいは別の粒子）の運動について検討しよう。次に、得られた運動方程式をニュートンの重力理論およびアインシュタインの重力理論と比較しよう。

#### § 7.4 最小作用の原理

基本的な運動法則は、最も一般的な形式では最小作用の原理(またはハミルトンの原理)によって表すことができる [4]。例えばポテンシャル場 $U(x, y, z)$ 中における質量 $m$ の運動は、ニュートン力学の枠内では次の3つの方程式によって記述することができる：

$$m \frac{dV_x}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial x}; \quad m \frac{dV_y}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial y}; \quad m \frac{dV_z}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial z}. \quad (7.1)$$

またはベクトルの形では： $m \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla}U$ 。ここで $\vec{\nabla}$ はいわゆる勾配—ベクトル演算子—で

ある： $\vec{\nabla} = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ 。

しかし別の面から見ると、粒子の運動は最小作用の原理を用いて記述することができる。この原理の要点は次のとおりである。粒子が時刻 $t_1$ に点 $(x_1, y_1, z_1)$ にあり、時刻 $t_2$ に点 $(x_2, y_2, z_2)$ にあったとしよう。この粒子の運動は、4次元空間 $(x, y, z, t)$ 中における、点 $a = (x_1, y_1, z_1, t_1)$ および点 $b = (x_2, y_2, z_2, t_2)$ を通る線(グラフ)の形で表すことができる。さて、最小作用の原理が主張しているのは、物体は、点 $a$ から点 $b$ へ、次の値 $S$ (この値が作用と呼ばれている)がそれに沿って最小値を持つことになるような軌道に沿って運動するということである：

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \left[ \frac{mV^2}{2} - U(x, y, z) \right] dt = \min. \quad (7.2)$$

この方程式は変分の形でも表すことができる：

$$\delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} \left[ \frac{mV^2}{2} - U(x, y, z) \right] dt = 0. \quad (7.3)$$

積分記号下の角括弧の中に立っている値はラグランジュ関数、あるいはラグランジアンと呼ばれている： $L = \frac{mV^2}{2} - U(x, y, z)$ 。

数学的観点から見ると、方程式系(7.1)は変分方程式(7.3)と完全に等価である。このテーマはL.D.ランダウとE.M.リフシツの理論物理学教程[4]で手短かに叙述されている。より詳しい叙述はファインマンの物理学講義[9, Chap.19]で与えられている。

相対論の場合には、自由粒子の作用は次の形を持っている[5]：

$$S = -mc \int_a^b ds. \quad (7.4)$$

表式(1.20)を考慮すると、間隔 $ds$ は次の形で表すことができる：

$$ds = \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} = \sqrt{c^2 dt^2 - V^2 dt^2} = c^2 dt^2 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}.$$

したがって、作用に関する表式(7.4)は、ラグランジュ関数の時間積分の形でつぎのように表すことができる：

$$S = - \int_{t_1}^{t_2} mc^2 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} dt. \quad (7.5)$$

最も一般的な形では、作用は、運動軌道に沿って取られた次の積分の形で表すことができる[4]：

$$S = \int (\vec{p} \cdot d\vec{r} - E dt). \quad (7.6)$$

ここで $\vec{p}$ は粒子の運動量； $E$ はその全エネルギーである(簡単のため積分範囲は省略する)。

量子力学が創出される以前には、最小作用の原理の形での運動方程式の表現は便利な数学的手法とみなされていた。しかし、量子力学の創始後になってはじめて、この表現の物理的意味が明らかになった。量子力学では粒子の運動は波動関数 $\Psi$ によって記述される。一般的な場合には、この関数は次の形での平面波の和（または積分）として表すことができる：

$$A \cdot \exp \left[ -\frac{i}{\hbar} (Et - \vec{p} \cdot \vec{r}) \right].$$

ここで量 $A$ は波の振幅；量 $\varphi = -(Et - \vec{p} \cdot \vec{r})/\hbar$ は波の位相である。周知のように、波の伝播軌道は次の条件によって決定される：**経路の始点と終点とにおける位相差は最小でなければならない**。言い換えると、経路の光学的長さは最小でなければならない [6] (§4.10も参照)。この条件は方程式の形で表すことができる：

$$\Delta\varphi = - \int \frac{Edt - \vec{p} \cdot d\vec{r}}{\hbar} = \min. \quad (7.7)$$

または変分の形で：

$$\delta\varphi = -\delta \int \frac{Edt - \vec{p} \cdot d\vec{r}}{\hbar} = 0. \quad (7.8)$$

粒子の運動時にプランク定数が変化しない場合には、プランク定数を積分記号の外に出すことができる。そして作用に関する表式(7.6)を考慮すると、その結果、次式が得られる：

$$\delta\varphi = \frac{1}{\hbar} \delta \int (\vec{p} \cdot d\vec{r} - Edt) = \frac{1}{\hbar} \delta S = 0. \quad (7.9)$$

このように、量子力学は最小作用の原理の物理的意味を明らかにしている。粒子の運動は、波動関数 $\Psi$ によって記述される波の運動である。そして波は、経路の始点と終点とにおける位相差が最小になるように運動する。作用は位相に比例して変化するので、このことは、粒子が最小作用に対応する軌道に沿って運動するという結果をもたらす。

粒子の運動時にプランク定数が変化する場合には、方程式(7.8)は最小作用の原理に関する次の公式をもたらす：

$$\delta\varphi = \delta \int \frac{dS}{\hbar} = 0. \quad (7.10)$$

すなわち、粒子は、単位 $\hbar$ で測定された作用がそれに沿って最小値を持つような軌道に沿って運動することになる。プランク定数は作用の次元を持っていることを思い出そう。

### § 7.5 量子重力理論における運動方程式

重力場中に存在する粒子について検討しよう。粒子の運動軌道を計算するため、粒子は波であり、この波の運動は最も一般的な形では方程式(7.8)によって記述されているということから出発しよう。粒子の全エネルギー $E$ は $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ であり、その運動量 $\vec{p}$ は $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

である。 $d\vec{r} = \vec{V}dt$ であることを考慮すると、その結果、次式が得られる：

$$\begin{aligned}
\delta\varphi &= -\delta \int \frac{E dt - \vec{p} \cdot d\vec{r}}{\hbar} = -\delta \int \frac{1}{\hbar} \left( \frac{mc^2 dt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - \frac{m\vec{V} \cdot \vec{V} dt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \right) = \\
&= -\delta \int \frac{mc^2}{\hbar \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \left( 1 - \frac{V^2}{c^2} \right) dt = -\delta \int \frac{mc^2}{\hbar} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} dt = \\
&= -\delta \int \frac{mc}{\hbar} \sqrt{c^2 dt^2 - V^2 dt^2} = -\delta \frac{mc}{\hbar} \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} = \\
&= -\delta \int \frac{mc}{\hbar} ds = 0.
\end{aligned}$$

こうして、重力場中における粒子の運動は次の方程式によって決定されるという結果が得られた：

$$\delta\varphi = -\delta \int \frac{mc}{\hbar} ds = 0. \quad (7.11)$$

粒子が重力場中を運動するとき、 $mc/\hbar$ の値は（位相の変化と比べて）十分ゆっくりと変化するので、この値を積分記号の外に出すことができる。その結果、重力場中における粒子の運動を記述する次の方程式が得られる：

$$-\delta \int ds = 0. \quad (7.12)$$

$ds$ の積分は4次元空間における長さの役割を演じていることを思い出そう：

$$ds = \sqrt{c^2 dt^2 - dl^2}. \quad (7.13)$$

ここで $dl$ は普通の3次元空間における線素である：

$$dl = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}.$$

このように、重力場中における粒子の運動は、自由粒子の運動(7.4)と正確に同一の方程式によって決定される。すなわち、粒子は4次元擬ユークリッド時空中を直線に沿って運動する。さて今度は、このことから出発して、質量 $M$ によって創出される重力場中における粒子の運動方程式を計算しよう。

量子力学の観点から見ると、任意の時空の尺度（原子のサイズ、スペクトル線の波長、原子の放射周波数、等々）は、常に、量 $c, \hbar, m$ の何らかの組み合わせの形で表すことができる。これらの量は質量の近傍では変化するので、それに対応して時空の尺度も変化する。それゆえ、静止した観測者の視点から見ると、粒子の運動軌道は曲がることになる。質量 $M$ から十分遠方に存在している観測者の視点から見た、質量 $M$ までの距離 $r$ に依存する無限小の間隔の2乗 $ds^2$ に関する表式を計算しよう。

時間間隔 $\Delta t$ は次の物理的意味を持っていることを思い出そう：それは、その過程の継続時間が時間の基準として取られている、特定の周期的過程の周期数に等しい値である。

単位 $c, \hbar, m$ で表された任意の物理過程の継続時間 $dt$ は、 $\hbar/mc^2$ に比例したものとなる。

方程式(2.8)より、 $\hbar \sim \frac{1}{c}$ であることが導き出される。また、方程式(3.20)より、 $m \sim \frac{1}{c}$ である

ことが導き出される。その結果、次式が得られる： $dt \sim \frac{1}{c^2}$ 。例えば原子の放射周波数 (§4.12 参照) は  $m/\hbar^3$  に比例している。したがって、方程式(2.8)および(3.20)を考慮すると、放射周期  $T$  は光速の 2 乗に反比例することになる： $T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{2\pi\omega} \sim \frac{\hbar^3}{m} \sim \frac{1}{c^2}$ 。それゆえ、質量  $M$  の近傍では、任意の物理過程の継続時間（時間間隔）は  $(c/c_0)^2$  分の 1 に縮小する：

$$dt(r) = dt_0 \frac{c_0^2}{c^2(r)}. \quad (7.14)$$

ここで  $dt_0$  は質量  $M$  から十分遠方において、ある物理過程がその間継続する時間間隔； $dt(r)$  は質量  $M$  からの距離  $r$  において、それと同じ物理過程がその間継続する時間間隔； $c_0$  は質量  $M$  から十分遠方における光速； $c(r)$  は質量  $M$  からの距離  $r$  における光速である。

周知のように、2 点間の距離  $\Delta l$  は次の物理的意味を持っている：それは、それらの 2 点間に配置することのできる長さ  $\lambda$  の単位基準の数である。

単位  $c, \hbar, m$  で表された長さ  $\lambda$  の任意の基準は、 $\hbar/mc$  に比例したものとなる。方程式(2.8)および(3.20)を考慮すると、 $\lambda \sim 1/c$  が得られる。例えばボーア半径  $a_0$  の値は  $\hbar^2/m$  の値に比例している(4.9)。方程式(2.8)および(3.20)を考慮すると、 $a_0 \sim 1/c$  が得られる。それゆえ、質量  $M$  の近傍では、(質量  $M$  までの距離  $r$  に依存して) 全ての長さの基準は  $c(r)/c_0$  分の 1 に減少する：

$$\lambda(r) = \lambda_0 \frac{c_0}{c(r)}. \quad (7.15)$$

ここで  $\lambda_0$  は質量  $M$  から十分遠方に存在する当該の基準の長さ； $\lambda(r)$  は質量  $M$  からの距離  $r$  に存在するそれと同じ基準の長さである。それに対応して、2 点間の全ての距離  $dl$ （当該の基準を用いて測定された距離）は  $c(r)/c_0$  倍に増大する：

$$dl(r) = dl_0 \frac{c(r)}{c_0}. \quad (7.16)$$

したがって、単位  $c_0, dt_0, dl_0$ （すなわち、質量  $M$  から十分遠方に存在する観測者の単位系）で表された間隔の 2 乗に関する表式は、次の形を持つことになる：

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2 = c^2 dt_0^2 \frac{c_0^4}{c^4} - dl_0^2 \frac{c^2}{c_0^2}. \quad (7.17)$$

方程式(3.17) ( $\Delta\Phi = -2G\frac{M}{r}$ ) および方程式(2.1) ( $c^2 = -\Phi$ ) を考慮すると、次式が得られる： $c^2(r) = c_0^2 + 2G\frac{M}{r}$ 。この方程式の光速の 2 乗を方程式(7.17)に代入すると、その結果、間隔の 2 乗に関する次の表式が得られる：

$$ds^2 = \frac{c_0^2 dt_0^2}{\left(1 + \frac{2GM}{rc_0^2}\right)} - \left(1 + \frac{2GM}{rc_0^2}\right) dl_0^2. \quad (7.18)$$

こうして我々は、質点  $M$  によって創出された重力場中における粒子の運動を記述する次の方程式に到達する：

$$\delta\varphi = -\delta \int ds = -\delta \int \sqrt{\frac{c_0^2 dt_0^2}{\left(1 + \frac{2GM}{rc_0^2}\right)} - \left(1 + \frac{2GM}{rc_0^2}\right)} dl_0^2. \quad (7.19)$$

この方程式の物理的意味は§8.8 で考察される。

### § 7.6 ニュートンの引力の法則

我々は前節において、4次元時空中では、粒子は重力場中で直線に沿って運動するという結論に達した(7.12)。また、大質量 $M$ の近傍では、時間の尺度(7.14)および長さの尺度(7.16)が変化するため、そのような時空中の直線は、質量 $M$ に対して静止している観測者の視点から見ると、曲がっていることになる。質量 $M$ から十分遠方に存在する観測者にとっては、そのような曲がった「直線」(これは測地線と呼ばれている)の軌道は、方程式(7.19)によって決定されることになる。

我々は本節において、弱重力場 ( $GM/rc^2 \ll 1$ ) の場合およびゆっくり運動する粒子 ( $V \ll c$ ) の場合におけるこの方程式の解を見出す。 $\varepsilon \ll 1$  の場合には、次の表式が $\varepsilon^2$ のオーダーの項までの精度で妥当することを思い出そう：

$$(1 + \varepsilon)^n = 1 + n\varepsilon. \quad (7.20)$$

記号 $\varepsilon = 2GM/rc_0^2 \ll 1$ を導入し、また $dl_0 = Vdt_0$ であることを考慮して、表式(7.19)を変換しよう：

$$\begin{aligned} -\delta \int \sqrt{\frac{c_0^2 dt_0^2}{1 + \varepsilon} - (1 + \varepsilon)} dl_0^2 &= -\delta \int c_0 \sqrt{\frac{1}{1 + \varepsilon} - (1 + \varepsilon) \frac{V^2}{c_0^2}} dt_0 = \\ &= -\delta \int c_0 \sqrt{1 - \varepsilon - \frac{V^2}{c_0^2} - \varepsilon \frac{V^2}{c_0^2}} dt_0 = 0. \end{aligned}$$

値が小さい2次項を無視し、また(7.20)を考慮すると、その結果、次式が得られる：

$$\delta \int \left( c_0 - \frac{c_0 \varepsilon}{2} - \frac{V^2}{2c_0} \right) dt_0 = 0. \text{ 定数値の変数はゼロに等しいので第1項の} c_0 \text{を省くと、次式}$$

が得られる： $\delta \int \left( \frac{c_0 \varepsilon}{2} + \frac{V^2}{2c_0} \right) dt_0 = 0$ 。 $V \ll c_0$ であるので、粒子の静止質量 $m$ は一定に保たれると、よい精度でみなすことができる。それゆえ、括弧内の表式に積 $mc_0$ を掛けることができ

$$\text{る： } \delta \int \left( \frac{mc_0^2 \varepsilon}{2} + \frac{mV^2}{2} \right) dt_0 = 0. \text{ } \varepsilon \text{の値を導入すると、次式が得られる： } \delta \int \left( \frac{mV^2}{2} + G \frac{Mm}{r} \right) dt_0 = 0. \text{ その結果、ポテンシャル場} U(r) \text{ (ここで} U(r) = -G \frac{Mm}{r} \text{) 中における質量} m$$

の古典的(非相対論的)運動を記述している方程式(7.3)と一致している方程式が得られた。既に指摘したように、この変分方程式の解は、次のベクトル方程式である：

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot U(r) = \vec{\nabla} \cdot \left( G \frac{Mm}{r} \right).$$

$\vec{\nabla}_r^1 = -\frac{1}{r^2} \vec{e}_r$  (ここで $\vec{e}_r$ は方向 $\vec{r}$ の単位ベクトル)であるから、その結果、万有引力の法則

が得られる： $m \frac{d\vec{v}}{dt} = -G \frac{Mm}{r^2} \vec{e}_r$ 。

こうして我々は、弱重力場の場合における非相対論的粒子に関する方程式(7.19)を解くことにより、ニュートンの万有引力の法則に到達した。

### §7.7 アインシュタインの重力理論

既に第4章で指摘したように、一般相対性理論の観点から見ると、重力場中における粒子は、4次元時空中の測地線に沿って運動する(4.4)。このとき、間隔の2乗 $ds^2$ （これは線素の役割を果たす）は、 $(\frac{GM}{rc^2} \ll 1$ のとき）質量 $M$ までの距離 $r$ に依存して次のように変化する(4.12)：

$$ds^2 = (1 - \varepsilon)c_0^2 dt^2 - (1 + \varepsilon)dl^2. \quad (4.12)^*$$

ここで $\varepsilon = 2GM/rc_0^2$ である。それに対し、量子重力理論の枠内では、間隔の2乗は、質量 $M$ までの距離 $r$ に依存して次のように変化する(7.18)：

$$ds^2 = \frac{c_0^2 dt_0^2}{1 + \varepsilon} - (1 + \varepsilon)dl_0^2. \quad (7.18)^*$$

一般相対性理論の方程式(4.12)は、弱重力場の場合についてしか検証されていないことを思い出そう。それは例えば太陽の重力場中の場合であり、そこでは $\varepsilon = 2GM_S/rc_0^2 \leq 2GM_S/R_S c_0^2 \approx 10^{-6}$ （ここで $M_S$ は太陽の質量； $R_S$ はその半径）である。

等式 $\frac{1}{1+\varepsilon} = 1 - \varepsilon$ は $\varepsilon^2$ のオーダーの項までの精度で満たされるのであるから、太陽の重力場中においては、方程式(7.18)\*は、方程式(4.12)\*とは $\varepsilon^2 \leq 10^{-12}$ のオーダーの値だけ異なっている。

このように、弱重力場の場合には、量子重力理論は、一般相対性理論と $\varepsilon^2$ までの精度で一致している。したがって、太陽の重力場の場合には、量子重力理論は、相対論的重力効果（これは $\varepsilon \leq 10^{-6}$ のオーダーである）に対する100万のオーダーの補正となっている。また、相対論的重力効果が検証されている精度は約0.1%である。すなわち、量子重力理論は、太陽の重力場中で行われた実験の精度の範囲内で一般相対性理論と一致している。

強重力場の場合には、状況は本質的に変化する。間隔の2乗に関する表式(7.18)\*中には、 $\varepsilon = 1$ のときに表式(4.12)\*中に出現する特異点は存在しない。一般相対性理論の枠内では、この特異点の出現は次のことを意味している。質量 $M$ の物体が半径 $r = 2GM/c^2$ を持っている場合には、（遠方の観測者の視点から見ると）その物体の表面上では時間が完全に停止する。いわゆるブラックホールが形成される。それに対し、量子重力理論の枠内では、 $dt^2$ のとき、その効果はいかなる条件下においてもゼロに向かっていかない。このことは、ブラックホールは原理的に存在しないことを意味している（これについては§4.11参照）。

$1 + \varepsilon$ を $1 + \varepsilon = 1 + \frac{2GM}{rc_0^2} = \frac{\Phi(r)}{\Phi_0}$ の形で表そう。そして今度は、方程式(7.18)\*の物理的意味をより読み取りやすくするため、これを次のように変換しよう：

$$ds^2 = \frac{\Phi_0}{\Phi(r)} c_0^2 dt^2 - \frac{\Phi(r)}{\Phi_0} dl_0^2. \quad (7.21)$$

この方程式から、時空の曲率は、質量から十分遠方における重力ポテンシャル $\Phi_0$ に対する質量の近傍における重力ポテンシャル $\Phi(r)$ の比によって決定されることを読み取ることができる。すなわち、時空の曲率は、宇宙における物質\*分布を共通の背景とする、物質\*分布における局所的非一様性によって引き起こされているのである。

### § 7.8 量子重力理論と一般相対性理論との違い

弱重力場の場合には、量子重力理論は、一般相対性理論と同一の運動方程式をもたらす。それにもかかわらず、量子重力理論の主要命題は、一般相対性理論の主要命題とは原理的に異なっている。本節では、その最も本質的な違いについて検討する。

量子重力理論の観点から見ると、大質量の近傍では、量 $c, \hbar, m$  (第2章および第3章で示したように、これらの量の値は互いに結び付いている) が変化する。例えば、大質量の近傍では、光速度の値は増大し、プランク定数の値は減少する。それだけでなく、 $\omega \sim m/\hbar^3$  (4.28)であるから、任意のスペクトル線の振動周波数(4.29)は増大する。すなわち、物理過程の進行速度が増大する。時間または長さの任意の基準 (スペクトル線の振動周期、スペクトル線の波長、原子のサイズ、等々) は、量 $c, \hbar, m$ の値に依存して変化する (また、任意の基準はこれらの量のある組み合わせの形で表すことができる) ので、したがって大質量の近傍では、時間および長さの**全ての**基準が変化する。すなわち、時空の尺度が変化する。まさにこのことが、運動する粒子の軌道の曲がりをもたらす ((7.18)および(7.19))。

一般相対性理論の基礎には、それとはまったく異なった予想が横たわっている。一般相対性理論の観点から見ると、大質量の近傍では任意のスペクトル線の振動周波数が低下し、その結果、全ての物理過程が遅くなる。例えば電磁振動の伝播速度 (光速度) が遅くなる。それにもかかわらず、一般相対性理論における粒子の運動方程式(4.12)は、量子重力理論における運動方程式(7.18)と $|\Delta\Phi|^2/c^4$ のオーダーの項までの精度で一致している。このことは奇妙に思われ、説明を必要としている。

量子重力理論と一般相対性理論との違いについて、具体例によって検討しよう。

地球上の観測者は太陽上に存在する原子の放射スペクトルを、赤外線の方へ偏移した状態で見ることが知られている。一般相対性理論の枠内では、この効果に対する説明は次のとおりである。第1に、光子が太陽から地球へ飛行している間、その周波数は**一定に保たれる**と予想されている。第2に、太陽上の時間は地球上と比べて**よりゆっくりと流れており**、その結果、地球上の観測者の視点から見ると、太陽上の原子の放射周波数は赤外線領域の方へ偏移していると予想されている [5]。このように、光子の「赤化」の原因は、時間の流れの速度の差にある。量子重力理論の観点から見ると、太陽上の原子の放射周波数は地球上と比べて**より高い**(4.29)。これは、太陽上ではプランク定数 $\hbar$ の値が**より低い**ことの結果である。しかし、光子が地球へ飛行している間に、その周波数は**低下する**。これは、光速度が**減少し**、プランク定数の値が**増大する**ことの結果である。その結果、地球上の観測者は太陽上に存在する原子の放射スペクトルを、やはり赤外線領域の方へ偏移した状態で見ると、同一の現象に対するまったく相異なるアプローチが、それにもかかわらず、弱場の場合には、スペクトル線の重力偏移の値に関する同一の方程式(4.33)をもたらす。

別の例について検討しよう。幾何光学では、光線の軌道は、最も一般的な形では次の方程式によって決定される：

$$\int \frac{dl}{\lambda(l)} = \int \frac{\omega(l)dl}{2\pi c(l)} = \min.$$

ここで $1/\lambda$ または $\omega/c$ は実効屈折率の役割を演じている。一般相対性理論の観点から見ると、大質量の近傍では、光速度は**減少**し、その周波数は**一定に保たれる**。このことは、大質量の近傍では、実効屈折率が増大するという結果をもたらす [17; §59]。そしてその結果、光線は質量を迂回する（質量の方へ引き付けられる）。量子重力理論の観点から見ると、大質量の近傍では、光速度が**増大する**が、しかし光の周波数は**パーセンテージでは光速度よりさらに強く増大する**。そしてその結果、大質量の近傍では、やはり実効屈折率が増大する。弱重力場の場合には、2つのアプローチは光線の同一の屈折角(4.26)をもたらす。

したがって、量子重力理論と一般相対性理論との違いは次のことにある。一般相対性理論の観点から見ると、大質量の近傍では、全ての物理過程は**遅くなり**（時間がよりゆっくりと「流れる」）、特に、光速度が**減少する**。それに対し、量子重力理論の観点から見ると、大質量の近傍では、それとは逆に、光速度は**増大する**。それだけでなく、スペクトル線の放射周波数が**上昇する**（時間がより速く「流れる」）。しかしそれでも、そのような完全に相反する命題にもかかわらず、一般相対性理論と量子重力理論は、弱重力場の場合には、スペクトル線の重力偏移((4.13)および(4.32))に関しても、光線の屈折((4.14)および(4.26))に関しても、間隔の2乗の値((4.12)および(7.18))に関しても、同一の方程式をもたらす。すなわち、2つの理論は同一の運動方程式をもたらす。

### §7.9 重力異常

さて、我々は§7.5において、重力相互作用を量子効果とみなし、質点Mによって創出される重力場中における粒子の運動方程式を計算した。この方程式は、弱場の場合には、一般相対性理論の対応する方程式と（最新の実験の精度 $\approx 0.1\%$ の範囲内で）一致している (§7.7)。しかし、得られた方程式に対する量子重力理論における解釈は、一般相対性理論で採用されている解釈とは原理的に異なっている。弱場の場合には一般相対性理論の方程式と事実上完全に一致している間隔の2乗に関する表式(7.18)あるいは表式(4.12)は、一般相対性理論では、大質量の近傍における**時間の遅れ**として解釈される。この観点から見ると、電磁振動の伝播速度（光速度）は、大質量の近傍では**減少**しなければならない。それに対し、量子重力理論の枠内では、**同一の表式(7.18)**が、それとは逆に、大質量の近傍における**時間の加速**として解釈される。この観点から見ると、光速度は、大質量の近傍では**増大**しなければならない。重力場中における時間の速度の問題については、第8章全体で論じられることになる。本節では、正しいのは一般相対性理論ではなく、量子重力理論であるとすれば、どのような観測可能な重力効果を予想するべきかについて計算しよう。

太陽系中の各種の物体（惑星、彗星、人工衛星…）までの距離は電波探知法によって決定されている。すなわち、それらの距離は地球と物体の間を往復する電波探知信号の進行時間を通じて測定されている。シャピロ効果—太陽近傍を通過する電波信号の「遅延」—は、まさにこのような方法によって実験的に検証された。§4.12で既に指摘したように、こ

の実験においては、光は重力中で加速するのか、それとも減速するのかを決定することは原理的に不可能であり、可能であったのは、方程式(4.12)と(7.18)のいずれが真理であるかを検証することのみであった。ところが、相対性理論の枠内における方程式から、太陽の近傍では光速度は減少するという結論が既に下されている。量子重力理論の枠内では、それと同様に、シャピロによって行われた実験の結果から、それとは逆に、太陽の近傍では光速度は増大するという結論を下すことができる。

上述したことから、一般相対性理論で採用されている方程式(4.12)または(7.18)の解釈が誤りである場合には、電波探知法を用いて測定された距離も誤りとなるということが導き出される。このとき、地球の軌道の内側で測定された距離は、地球の軌道の内側における光速度は、実際には、地球条件下における光速度より小さくなく、逆に大きいので、実際の距離と比べて若干過小評価されることになる。また逆に、地球の軌道の外側における距離は、そこでは光速度がより小さいので、若干過大評価されることになる。距離の決定におけるこのような誤りは、計算における多数の系統誤差をもたらす。また、観測精度が一定で十分高いときには、一般相対性理論の枠内では説明不可能な各種の「重力異常」が検出されることになる。

光速度は、太陽の近傍で最も強く変化する。光速度は、一般相対性理論の観点から見ると減少するのに対し、量子重力理論の観点から見ると増大する。それゆえ、最大の誤差は、太陽までの距離の決定において生じる。既に指摘したように、一般相対性理論の枠内では、太陽の近傍を通過する光は約240  $\mu\text{s}$ だけ「遅延」する。実際には、光は遅延するのではなく、逆に加速する。それゆえ、地球から太陽までの実際の距離 $L$  (天文単位) は、一般に採用されている距離より約 $\Delta L \approx c \times 240 \mu\text{s} \approx 70 \text{ km}$ だけ大きくなる [36] (ここで我々は、あり得る系統誤差のオーダーのみを推定するため、粗い近似を行った)。地球から太陽までの距離はおよそ1億5000万 km であるから、したがって距離の決定における誤差は約50万 km となる。太陽の質量は、距離 $L$ および太陽の周りの地球の公転周期 $T$ を通じて次のように決定されることを思い出そう： $M \sim \frac{L^3}{T^2}$ 。それゆえ、太陽までの距離の決定における誤差は、太陽の質量の決定における誤差をもたらし。あり得る系統誤差の1つの例として、火星の軌道の向こう側に存在している人工衛星にとっての、太陽によって創出される加速度 $g_s$ を計算しよう：

$$g_s = g \frac{L^2}{(L+S)^2}. \quad (7.22)$$

ここで $g$ は地球の軌道上において太陽によって創出される加速度； $S$ は人工衛星から地球の軌道までの距離である。 $L = S$ とすると、 $g_s = \frac{1}{4}g$ が得られる。

天文単位 $L$ は相対性理論の枠内で計算されたものであるから、真の天文単位は約70 km だけ大きくなる： $L + 70 \text{ km}$ 。他方、距離 $S$ の決定における誤差は70 km より著しく小さく、1 km のオーダーとなる (望む人は自分で推定値を求めることができる)。したがって、人工衛星の実際の (観測される) 加速度 $g_s(\text{obs})$ は、 $S = L$ のとき、次の値となる：

$$g_S(\text{obs}) = g \frac{(L + 70 \text{ km})^2}{(L + 70 \text{ km} + L)^2} = g \frac{L^2 \left(1 + \frac{70 \text{ km}}{L}\right)^2}{(2L)^2 \left(1 + \frac{70 \text{ km}}{2L}\right)^2} =$$

$$= \frac{1}{4}g \left(1 + \frac{140 \text{ km}}{L} - \frac{70 \text{ km}}{L}\right) = \frac{1}{4}g \left(1 + \frac{70}{150} \cdot 10^{-6}\right) \approx \frac{1}{4}g(1 + 5 \cdot 10^{-7}).$$

すなわち、人工衛星の観測される加速度 $g_S(\text{obs})$ は、一般相対性理論の枠内で計算された加速度 $g_S$ より若干大きくなければならない。人工衛星のこの追加的加速度はおよそ次の値となる： $\Delta g_S = g_S(\text{obs}) - g_S = \frac{1}{4}g \cdot 5 \cdot 10^{-7}$ 。 $g \approx 0.6 \text{ cm/s}^2$ を考慮すると、次の値が得られる：

$$\Delta g_S \approx 7.5 \cdot 10^{-8} \text{ cm/s}^2. \quad (7.23)$$

したがって、例えば軌道の火星の向こう側に存在している人工衛星の加速度を十分正確に測定すれば、一般相対性理論の枠内では説明不可能な、その人工衛星における太陽方向の追加的加速度を検出することができる。

何かそのようなものが実際に観測されたことはあるのであろうか？ 答えはイエス、観測されたのである。そのような「重力異常」が初めて観測されたのはまだ 1980 年代、人工衛星パイオニア 10 号およびパイオニア 11 号においてであった。1998 年には人工衛星ガリレオおよびユリシーズにおいて異常加速度が観測された。1998 年の雑誌『物理科学の成果』10 月号からのこのテーマに関する引用を示す：宇宙機ガリレオおよびユリシーズの運動に関する航法データは、太陽の方向における値 $8 \times 10^{-8} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$ の起源不明の追加的加速度が存在することを裏付ける、新たな証拠を示した。その追加的加速度は、既知のおよび予想される全ての加速源、すなわち太陽、太陽風、惑星、銀河系全体、および太陽系中の暗黒物質の寄与を差し引けば得られる。この異常が存在することの最初の証拠は、まだ 1980 年代に宇宙機パイオニア 10 号および 11 号によって得られた。その説明としては、データ処理における系統誤差の存在に関する推測が提起されている。しかし研究者たちは、異常加速度が未知の重力効果に起因している可能性を排除していない。この研究領域における明瞭性は、惑星および水星の運動、また冥王星に向けて打ち上げが計画されている宇宙機の運動に関するより詳細な研究がなされた後に訪れるかもしれない [56] ([57] も参照)。

### § 7.10 重力場中における原子

量子重力理論の物理的意味を最大限明瞭にするため、重力場中では原子の性質がどのように変化するかについて検討しよう。その例として、最も単純な原子—1 個の陽子およびその周りを回っている 1 個の電子からなる水素原子—を取ろう。任意の原子は、物理諸量の測定単位系を創出するための自然の基準とみなすことができる。例えば、1 キログラムは陽子または電子の質量を通じて、1 秒は特定のスペクトル線の放射の周期数を通じて、1 メートルはスペクトル線の波長を通じて表すことができる。1 ニュートンの力は電子と原子核との間の引力の平均値を通じて、1 ジュールは原子の 2 つの状態の間の遷移エネルギー、またはそのような遷移時に放出される光子のエネルギーを通じて表すことができる。

加速度 ( $\text{m/s}^2$ ), 速度 ( $\text{m/s}$ ) および運動量 ( $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ ) の測定単位もまた, 電子の加速度, 速度および運動量の平均値を通じて表すことができる。したがって, 重力中では原子にどのような変化が生じるかを計算すれば, 重力中では物理諸量の任意の測定単位系 (基準系) がどのように変化するかを知ることができる。2 個の水素原子について検討しよう。一方の原子は質量  $M$  から十分大きな距離にあり, 2 番目の原子は質量  $M$  から距離  $r$  にあるとする (図 25 参照)。1 番目の原子を基準として取り, 2 番目の原子の性質が 1 番目の原子に対してどのように変化するかを計算しよう。

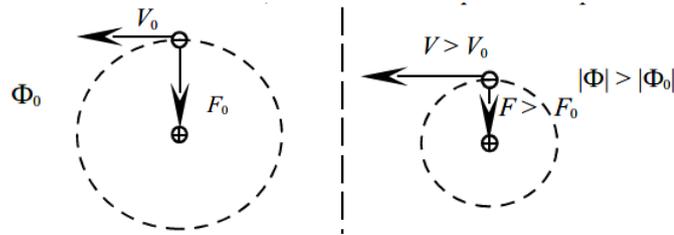


図 25. 水素原子の単純な例による重力場中の物理諸量の尺度の変化。水素原子 (左側) は重力ポテンシャル  $\Phi_0$  を持つ空間中に存在している。他方の原子 (右側) は大質量の近傍における重力ポテンシャル  $\Phi$  を持つ空間中に存在している:  $|\Phi| > |\Phi_0|$ 。大質量は電子の運動における不確定性を減少させ, それゆえ, 2 番目の原子のサイズは 1 番目の原子のサイズより小さい。それに対応して, 2 番目の原子中の電子と原子核の間の引力のクーロン力は, 1 番目の原子中より大きい。その結果, 2 番目の原子中の電子は原子核の周りをより速く公転し, その公転周期は減少する。物理諸量 (メートル, 秒, ニュートン…) の測定のための任意の基準は原子の性質を通じて表すことができるのであるから, 大質量の近傍では, 全ての物理量の基準が変化する。

電子は原子核の周りを運動するとき, 電子雲の形で存在している。すなわち, 電子は確定した速度も, 確定した位置も持っていない。それにもかかわらず, 電子は完全に確定した運動速度の平均値および原子核までの距離の平均値を持っている。  $m_0, m$  をそれぞれ 1 番目および 2 番目の原子中の電子の質量;  $R_0$  を 1 番目の原子のサイズ (電子から陽子までの距離の平均値);  $R$  を 2 番目の原子のサイズ;  $V_0, p_0, a_0$  を 1 番目の原子中の電子の速度の平均値, 運動量および加速度;  $V, p, a$  を 2 番目の原子中の電子の速度の平均値, 運動量および加速度;  $\tau_0, \tau$  をそれぞれ 1 番目および 2 番目の原子中で, 電子がその間に原子核の周りを 1 回公転する平均時間;  $F_0, F$  を 1 番目および 2 番目の原子の電子と原子核 (陽子) の間における引力のクーロン力の平均値;  $U_0, U$  を 1 番目および 2 番目の原子中の電子のポテンシャルエネルギーの値;  $K_0, K$  をそれぞれ 1 番目および 2 番目の原子中の電子の運動力学的エネルギーの値;  $E_0, E$  を 1 番目および 2 番目の原子の 2 つの状態間の遷移エネルギーの値;  $T_0, \omega_0, \lambda_0, \varepsilon_0$  を 1 番目の原子中で放射される光子の振動周期, 放射周波数, スペクトル線の波長およびエネルギー;  $T, \omega, \lambda, \varepsilon$  を 2 番目の原子中で放射される光子の振動周期, 放射周波数, スペクトル線の波長およびエネルギー;  $\Phi_0, \Phi$  をそれぞれ 1 番目および 2 番目の原子が存在している場所において全宇宙によって創出されるポテンシャルエネルギーとする。

電子および陽子の質量ならびにプランク定数は, 方程式(2.9)および(3.21)に従って  $k$  分の

1に減少する：

$$k = \sqrt{\frac{|\Phi|}{|\Phi_0|}} = \sqrt{\frac{|\Phi_0| + 2GM/r}{|\Phi_0|}} = \sqrt{1 + \frac{2GM}{rc_0^2}}. \quad (7.24)$$

電子軌道の半径はプランク定数の2乗に比例し、電子の質量に反比例している(4.9)ので、したがって電子軌道の半径は $k$ 分の1に減少する：

$$R = R_0/k. \quad (7.25)$$

2つの電荷間における引力のクーロン力は電荷の値に比例し、それらの間の距離の2乗に反比例している。電荷の値は重力場中で変化しないので、(7.25)より、原子内部の原子核と電子の間の引力のクーロン力は $k^2$ 倍に増加することが導き出される：

$$F = k^2 \cdot F_0. \quad (7.26)$$

また、それに対応して、電子の加速度は $k^3$ 倍に増加する：

$$a = F/m = k^3 \cdot a_0. \quad (7.27)$$

他方、電子の求心加速度は $a = V^2/R$ であり、したがって電子の速度は $k$ 倍に増大する：

$$V = k \cdot V_0. \quad (7.28)$$

それゆえ、原子核の周りの電子の公転周期は $k^2$ 分の1に減少する：

$$\tau = 2\pi R/V = \tau_0/k^2. \quad (7.29)$$

原子中における電子の運動の運動力学的エネルギーは $k$ 倍に増大する：

$$K = \frac{mV^2}{2} = k \cdot K_0. \quad (7.30)$$

電子の運動量は変化しない：

$$p = mV = p_0. \quad (7.31)$$

角運動量は $k$ 分の1に減少する：

$$L = pR = L_0/k. \quad (7.32)$$

すなわち、電子の角運動量はプランク定数の値に比例して減少する。原子中の電子のクーロンポテンシャルエネルギー $U$ は負であり、 $e^2/R$ の値に比例している。したがって、そのクーロンポテンシャルエネルギーは（絶対値で） $k$ 倍に増大する：

$$U = k \cdot U_0. \quad (7.33)$$

方程式(7.30)および(7.33)を考慮すると、ある準位から別の準位への電子の遷移エネルギー $E$ は $k$ 倍に増大するという結論を下すことができる。すなわち、そのような遷移時に放射される光子のエネルギー $\varepsilon$ もまた、 $k$ 倍に増大する：

$$\varepsilon = k \cdot \varepsilon_0. \quad (7.34)$$

それに対応して、光子の周波数（スペクトル線の周波数）は $k^2$ 倍に増大する：

$$\omega = \varepsilon/\hbar = k^2 \cdot \omega_0. \quad (7.25)$$

そのスペクトル線の電磁波の振動周期は $k^2$ 分の1に減少する：

$$T = T_0/k^2. \quad (7.36)$$

こうして我々は、重力場中の原子という単純な例により、物理的測定単位—基本単位(秒,メートル,キログラム)および派生単位,すなわち2次的単位(ニュートン,ジュール,ヘルツ,加速度,運動量,角運動量,速度等々の測定単位)が重力場中ではどのように変化するかを計算した。

ここでは、量子重力理論と一般相対性理論との原理的な違いに注意を払うべきである。一般相対性理論の観点から見ると、重力は時間の速度およびメートルの長さ(時空の幾何学)に対して直接的に影響を及ぼす。このようなアプローチは、物理学的観点から見ると首尾一貫性を欠いている。なぜなら、時間も長さも、物理過程から切り離された形では存在しないからである。量子重力理論の観点から見ると、原子の性質は大質量の近傍では変化し、まさにその結果として時空の尺度が変化するのである。

我々は§7.5において、物理諸量の次元から出発して、すなわち重力場中における光速速度、プランク定数および電子の静止質量の変化に基づいて尺度の変化を計算した。我々は物理諸量の次元から出発することにより、重力場中では原子の性質がどのように変化するかを計算することもできる。例えば原子によって放出された光子のエネルギーは $[\varepsilon] = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \text{s}^{-2}$ という次元を持っている。方程式(3.21)より $1 \text{ kg} \sim 1/k$ , 方程式(7.14)より $1 \text{ s} \sim 1/k^2$ , 方程式(7.15)より $1 \text{ m} \sim 1/k$ が導き出される。その結果、 $\varepsilon \sim \text{kg} \cdot \text{m}^2 \text{s}^{-2} \sim k$ が得られ、これは方程式(7.34)と完全に一致している。また、原子のそれ以外の性質がどのように変化するかを物理諸量の次元から出発して計算すれば、やはり正しい値を得ることができる。例えば力は $[F] = \text{kg} \cdot \text{m} \text{s}^{-2}$ という次元を持っている。重力場中における力の変化を物理諸量の次元から出発して計算すれば、 $F \sim k^{-1} k^{-1} k^4 = k^2$ という値が得られ、これは方程式(7.26)と完全に整合している(§12.9と比較されたい)。

### § 7.11 量子重力理論の利点

量子重力理論は、現在唯一の重力理論として認められている一般相対性理論に取って代わる、新たな理論である。このこととの関係において、量子重力理論の利点を示し、一般相対性理論に固有の一連の欠点を指摘することは有意義である。

第1に、当初、一般相対性理論はアインシュタインにより、そこではマッハの原理が具現化されることになる理論として考え出された。アインシュタインはその事実上全ての初期の著作において、この原理の重要性について書いていた。彼はまた、ニュートン力学や特殊相対性理論といった理論は、それらにはマッハの原理が含まれていないという理由のみにより、物理学的に破綻していると書いていた(例えば彼の著書『特殊相対性理論について』の§21「古典力学および特殊相対性理論の基礎はどれだけ不完全か」[1]を参照。また、彼の有名な2つの液体球に関する思考実験[1]も参照)。それにもかかわらず、一般相対性理論が構築されたとき、マッハの原理はそこにも含まれていないことが判明した。これについてパウリはこう書いている:「遠心力の相対性に関する問題について検討するとき、この困難はとりわけ強く現れた。例えば境界条件を用いて一部の座標系をそのように特別扱いすることは、一般的に言えば一般共変性の公準と両立不可能というわけではないが、しかし相対論的理論の精神と矛盾しており、重大な認識論的欠点とみなされなけれ

ばならない。アインシュタインは、それらを結合する線の周りを互いに対して回転する 2 つの液体球に関する思考実験を用いて、この欠点に驚くほど徹底的に照明を当てた [1]。この欠点は、古典力学および特殊相対性理論に残っているだけでなく、方程式(4.5)に依拠する、より高度に発展した重力理論にも残っている」 [49]。

それに対し、量子重力理論はマッハの原理を含んでいるだけでなく、その物理的意味を完全に解明しており、その結果、微視的世界において観測されている不確定性の物理的意味をも解明している (§3.1 参照)。

第 2 に、一般相対性理論では、重力は幾何学に帰着しており、また、時間および距離は具体的な物理過程から切り離された独立した物理的実体として登場している。このようなアプローチが首尾一貫性を欠いていることは明らかである。なぜなら、あらゆる幾何学は、実際には、物理的物体の具体的な性質に基礎を置いているからである。例えば長さの単位としては、何らかの原子のサイズ、あるいは特定のスペクトル線の波長を選ぶことができる。それゆえ、長さの単位の抽象的概念（実在する物体との関係を持たない概念）は、いかなる物理的意味も持たない。アインシュタインもこのことをきわめてよく理解していた (§7.1 におけるこれに関する彼からの引用参照)。

第 3 に、一般相対性理論は量子力学とはいかなる関係も持っておらず、そこでは粒子の波動性がまったく考慮されていない。それに対し、量子重力理論では、重力相互作用は量子効果とみなされている (§7.3, §7.5 参照)。

第 4 に、一般相対性理論では、一方では、時空の尺度は大質量の近傍では変化すると予想されている。しかし他方では、物理過程の進行は重力ポテンシャルの絶対値には依存しないと予想されている。それゆえ、重力場の任意の場所で、時空の尺度を暫定的に「単位」として取ることができる。そしてその結果、きわめて奇妙なことが得られる：一方では、大質量の近傍では時空の尺度は変化すると予想されているにもかかわらず、しかし他方では、そこではその時空の尺度を同一の「単位」として取ることができるのである。まさにそれゆえに、一般相対性理論では特異点が生じる：ブラックホールの近傍では、時間が完全に止まる。リチャード・ファインマンが重力に関する講義でこれと似た考えを述べている：「もう 1 つ別の可能性は、時間の遅れに関する公式に現れている 1 は、考察においては誤りであるということである。我々が書いた公式は、ポテンシャルの差  $\phi$  が 1 よりはるかに小さい場合にのみ適用される公式であり、それゆえ、定数 1 は、遠方星団の質量分布に対して正規化された寄与を何らかの形でもたらし可能性がある」 [10]。言うまでもなく、量子重力理論においても、任意の時空の尺度を暫定的に単位として取ることができる。例えば地球近傍の時空の尺度を単位として取ると都合がよい。しかしこの場合には、太陽近傍の尺度を単位として取ってはならない。なぜなら、その尺度はもはや別の尺度になるからである。例えば宇宙の進化の初期段階における尺度はそれにもまして別の尺度になる。ところが一般相対性理論の観点から見ると、宇宙の進化の初期段階における尺度 ( $c, \hbar, m$ ) は、現在の尺度と同一であった。一般相対性理論の枠内では解決することができない宇宙論上の多数の問題（宇宙の年齢の問題、隠れた質量の問題、等々）が生じたのは、まさにこの理由によるのかもしれない。第 10 章は宇宙論上の問題の量子重力理論の枠内での解決をテーマとしている。

そして最後の第 5 に、一般相対性理論は重力理論であるにもかかわらず、重力相互作用

のメカニズムを少しも説明していない。一般相対性理論は、重力相互作用がこれほどまでに弱い理由、重力的引力のみが存在している理由を説明していない。最後に、一般相対性理論の枠内では、宇宙の全質量によって創出される重力ポテンシャルが光速度の2乗と観測精度の範囲内で一致している理由は謎のまま残っている。

それに対し、量子重力理論の枠内では、重力相互作用の全ての特徴に対して単純な説明が与えられている。

言うまでもなく、あれこれの理論の選択において決定的役割を果たすのは実験である。そこで次章 (§8.3) では、一般相対性理論と量子重力理論との間で一義的選択を行うことを可能にする、単純な実験が提案される。

## 第8章 時間と重力

弱重力場の場合には、量子重力理論と一般相対性理論との唯一の、しかし原理的な違いは、一般相対性理論の観点から見ると、大質量（重力発生質量 [gravitating mass の仮訳]）の近傍では時間が「遅れる」のに対し、量子重力理論の観点から見ると、時間は逆に「加速する」ということである。

本章では、この問題を詳しく分析し、あれこれの観点を裏付ける論拠について検討しよう。

### § 8.1 時空の尺度

一般相対性理論では、我々を取り囲んでいる空間は、空虚な空間と同一の時空の尺度を持っている（任意の時空の尺度は、常に量 $c, \hbar, m$ の何らかの組み合わせの形で表すことができる [10]）と予想されている。この観点から見ると、時空の尺度は宇宙の膨張時に**変化しない**。このことは、宇宙における物質\*分布は地球上で生じている過程に対してまったく影響を及ぼさないことを意味している。それに対し、量子重力理論の観点から見ると、**我々の宇宙の内部における時空の尺度は宇宙の全物質\*の分布によって決定されている**。そして重力効果とは、宇宙における物質\*分布を共通の背景とする物質\*分布における局所的非一様性によって引き起こされた、時空の尺度の変化なのである(7.21)。また、この観点から見ると、時空の尺度は宇宙の膨張時にも、重力ポテンシャルの変化時にも**変化することになる**。例えば地球が太陽のより近くに近付いている（近日点に存在している）ときには、光速度が増大し(2.1)，プランク定数が減少し(2.9)，素粒子の静止質量も減少する(3.21)。特に、§2.8 で解明された（そして§3.5 で精緻化された）ように、光速度は1年を通じて $|\Delta c| = 0.1 \text{ m/s}$ という値だけ変動している。

大質量の近傍における時空の尺度の変化は単純な物理的意味を持っている。質量の近傍では、素粒子の運動における不確定性が減少する。それゆえ、電子殻の半径が、すなわち原子のサイズが減少する。例えばボーア半径が減少する(4.9)。それゆえ、大質量の近傍では、2点間の全ての距離が増大する(7.16)。電子半径の減少により、原子核の周りの電子の公転速度が増大する。ある準位から別の準位への電子の遷移エネルギーが増大する(4.27)。それゆえ、スペクトル線の放射周波数が上昇する(4.29)。その結果、質量の近傍では、任意の物理過程の継続時間が縮小し(7.14)，それに対応して、物理過程の進行速度が増大する。例えば、電磁振動の伝播速度（光速度）が増大する(2.1)。

それにもかかわらず、もし我々が1年を通じて $1 \text{ cm/s}$ の精度で光速度を測定したとしても、我々はいずれにしてもその変化を検出することができない。これが生じるのは、長さおよび時間の**全ての基準**も1年を通じて変化するからである。例えば光速度の値が $k$ 倍に増大したと仮定しよう。このとき、方程式(7.15)から導き出されるように、長さの全ての基準が $k$ 分の1に減少する。すなわち、光はメートルの基準を $k^2$ 倍速く通過することになる。しかし、方程式(7.14)より、1秒の継続時間も $k^2$ 分の1に減少することが導き出され、その結果、**メートル毎秒**で測定された光速度は同一のままであり続ける。それゆえ、光速度が重力場中でどのように変化するのか（増大するのか、それとも減少するのか）を解明

するためには、光の伝播速度を重力場の相異なる領域で直接比較する必要がある。例えば、量子重力理論の観点から見ると、地球表面の上方の高度 30 km では、光速度は地球表面上と比べて 1 mm/s だけ小さくなる。しかし、そのようなごくわずかな変化を実験的に検出するのはきわめて困難である。それにもかかわらず、2 つの重力理論のうちのいずれが正しいか（一般相対性理論か、それとも量子重力理論か）を一義的に決定することを可能にする実験を地球条件下で行うことが可能である。ただし、そのためには、光速度ではなく、「時間速度」を測定する必要がある。この実験についての記述は§8.3 でなされる。

## § 8.2 時間の非一様性

我々は§3.6において、素粒子の静止質量は重力ポテンシャルの絶対値に依存しているという結論に達した(3.21)。では実際には、このことは何を意味しているのであろうか？ なにしろ、例えばもし我々が重力場中において物理実験室と一緒に自由落下したとすると、我々は、素粒子の静止質量が何らかの形で変化したことに気付かないであろう。これが生じるのは、我々の質量の基準もまた、素粒子の質量と同一の比率で変化するからである。ところで、前節において、我々が重力場中で運動したとしても、それでもやはり光は我々のそばを同一の速度—300 000 km/s！—で通り過ぎることが明らかになった。これが生じるのは、重力場中では我々の長さおよび時間の全ての基準も変化するからである。それでは、光速度の値(2.1)、プランク定数の値(2.9)および素粒子の静止質量の値(3.21)を重力ポテンシャルの値と関係付ける方程式は、いったいどのような物理的意味を持っているのであろうか？ それらの方程式は、どのような基準系中で満たされるのであろうか？ 答えは単純である：それらの方程式は、その中では時空の尺度が不変に保たれるような基準系中で満たされるのである。では、そのような基準系は自然界に存在するのであろうか？ 厳密に言えば、そのような基準系は自然界には存在しない。なぜなら、宇宙の膨張により、時空の尺度は 1 秒ごとに変化しているからである。

このような事態は、ニュートン力学に存在している事態ときわめてよく似ている。一方では、ニュートンの法則は慣性基準系中においてのみ満たされるのに対し、他方では、厳密に言えば、慣性基準系は自然界には存在しない。このような一見したところ解決不可能に思われる状況は、実際には、次の形できわめて簡単に解決される。この課題は、抽象的な、ただし理想的な慣性基準系中で形式的に解決される。次に、数学的変換により、所与の非慣性基準系への移行が行われる。その際、ニュートンの法則は若干現代化され（遠心力、コリオリ力、等々に対して補正が導入される）、そのような補正された形では、それらの法則は非慣性基準系中でも妥当するようになる。またそれとは逆に、ある基準系中においてニュートンの法則からの逸脱が観測される場合には、それらの逸脱の値に基づき、その基準系が慣性基準系に対してどのように運動しているかに関する結論を下すことができる。我々の場合にも、それと同様の状況が生じている。方程式(2.1)、(2.9)、(3.21)を利用するためには、その中では時空の尺度が**変化しない**ような、何らかの基準系を選択すべきである。実は、我々は常に、まさにそのように振る舞ってきたのである。そして早くも、このことから出発して、時空の尺度が**変化**することになる場合には、どのような観測可能な効果を予想すべきかを計算することが可能になる。またそれとは逆に、何らかの

基準系中において我々がそのような効果を実験的に検出した場合には、我々は、その中では時空の尺度が変化しているという結論を下すことが可能になる。それだけでなく、我々は、尺度が変化する速度を計算することが可能になる。すなわち、我々は、その基準系中では絶対的重力ポテンシャルがどれだけ速く変化するかを知ることが可能になる。

具体例について分析しよう。我々の宇宙は膨張している（少なくとも、そう予想されている）。それゆえ、量子重力理論から出発すると、時空の尺度は1秒ごとに変化していなければならない。すなわち、光速度の値、プランク定数の値および電子（または別の任意の粒子）の静止質量の値は1秒ごとに変化することになる。そしてこのことは、原子のサイズ、ある準位から別の準位への電子の遷移エネルギー、スペクトル線の波長、等々が1秒ごとに変化していることを意味している。

宇宙の膨張により、相異なる時刻は等価ではないのであるから、我々の世界においては**時間の一様性は破れている**と言うことができる。したがって我々は、まさにその時間の非一様性を実験的に記録する必要がある。そのためには、同一の条件下で、ただし相異なる時刻に同一のレーザーから放出された2本のビームの波長を相互に比較するだけで十分である。比較的単純なこの実験（この実験はどうしたわけか科学文献では一度も検討されたことがない。これはおそらく、全ての人が時間は一様であると確信しているからであろう）については、§10.10で検討する。

### § 8.3 量子重力理論の検証実験

2つの重力理論のうちのいずれが真理であるか（一般相対性理論か、それとも量子重力理論か）を解明するためには、次のきわめて単純な実験を行う必要がある。2台の時計（原子の電波遷移 [atomic radiotransition] に基づく最良の最新式時計の相対誤差は $10^{-15}$ である [51]）を相異なる高度の所に設置する（図26）。例えば1台の時計を平地の実験室中に設置し、2番目の時計を山上の高い所、例えば1番目の実験室に対して高度 $h = 5 \text{ km}$ の所にある実験室中に設置する。

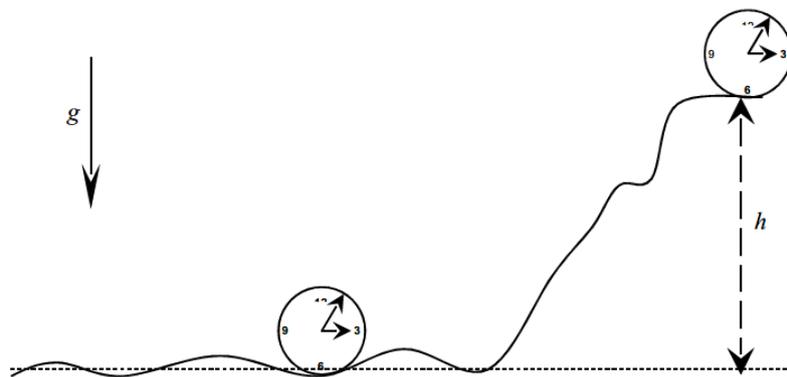


図 26. 同型の時計が地球表面上方の相異なる高度の所に設置されている。もし一般相対性理論が正しければ、下側に存在する時計が遅れることになる。それに対し、もし量子重力理論が正しければ、上側に存在する時計が遅れることになる。

もし一般相対性理論が正しければ、平地に存在する時計が遅れることになる。方程式(4.10)より、その時計の相対的遅れは次の値となる [5] :

$$\frac{gh}{c^2} \approx \frac{10 \text{ m s}^{-2} \cdot 5 \cdot 10^3 \text{ m}}{10^{17} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}} \approx 5 \cdot 10^{-13}. \quad (8.1)$$

すなわち、平地に存在する時計は、1秒ごとに、山上に存在する時計より  $5 \cdot 10^{-13}$  s だけ遅れることになる。したがって、12日後（約100万秒後）には、平地に存在する時計は0.5  $\mu$ s だけ遅れることになる。

それに対し、もし量子重力理論が正しければ、山上の高所に存在する時計が遅れることになる。そして方程式(7.14)を用いれば、相対的遅れが次の値となることを計算するのは難しいことではない：

$$\frac{c^2(h)}{c^2(0)} - 1 = \frac{c^2(0) + 2gh}{c^2(0)} - 1 = \frac{2gh}{c^2} \approx 10^{-12}. \quad (8.2)$$

すなわち、山上に存在する時計は、1秒ごとに、平地に存在する時計より  $10^{-12}$  s だけ遅れることになる。そして12日後には、山上に存在する時計は1  $\mu$ s だけ遅れることになる。

このように、もし一般相対性理論が正しければ、12日後に、平地に存在する時計は0.5  $\mu$ s だけ遅れることになる。それに対し、もし量子重力理論が正しければ、平地に存在する時計は、それとは逆に、山上に存在する時計より1  $\mu$ s だけ進むことになる。すなわち、この実験の結果に基づき、一般相対性理論と量子重力理論との間の一義的な選択を行うことが可能になる。

系統誤差（この誤差は、1番目と2番目の時計の歩度がわずかに異なっているかもしれないことによって引き起こされる可能性がある）を考慮するためには、1番目と2番目の時計の場所を入れ替え、同様の実験を行う必要がある。それだけでなく、1番目と2番目の時計の歩度を同一の条件下で比較し、それらのうちのどちらがより速く進むか、また、どれだけ速く進むかを明らかにするべきである。実験における偶然誤差を除去するため、2台ではなく、それ以上の数の時計を用いて実験を行い、次に、得られた結果の統計処理を行うべきである。偶然誤差および系統誤差を考慮した場合にのみ、当該の実験結果に関する確定的な結果を下すことが可能になる。

さらに、特殊相対性理論（これが真理であることは高い精度で突きとめられている）の観点から見ると、山上に配置されている時計は、平地に配置されている時計より若干ゆっくりと進まなければならないことにも注目することができる。この効果は、地球の自転によって引き起こされる時計の運動速度は、山上の時計の方が若干大きいということによって引き起こされる。なぜなら、この時計は地球の中心からより遠い所に位置しているからである。1番目の時計が配置されている場所における地球表面の回転速度を  $V$  としよう。この速度はその場所の緯度に依存しており、平均緯度上ではほぼ  $V \approx 300 \text{ m/s}$  に等しい。この場合には、山上に存在している時計は、ほぼ次の値だけより速く運動することになる： $\Delta V = Vh/R \approx 0.3 \text{ m/s}$ 。ここで  $R$  は地球の半径である。時間の遅れに関する特殊相対性理論の方程式(1.19)を用いると（この方程式を適用するためには、何らかの慣性基準系、例えば地球の中心と結び付けられた慣性基準系を選択する必要がある）、山上に配置されている時計の相対的遅れが次の値となることを計算するのは難しいことではない：

$$\frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{\sqrt{1 - \frac{(V + \Delta V)^2}{c^2}}} - 1 \approx \frac{V \cdot \Delta V}{c^2} \approx 10^{-15}. \quad (8.3)$$

すなわち、この効果は、地球の重力場の作用によって引き起こされた時間の相対的遅れの効果より3桁小さい。

本節の締めくくりとして、次のことに注目する必要がある。量子重力理論の観点から見ると、大質量の近傍では、電磁力によって引き起こされた任意の周期的過程の周波数が上昇することになる。そしてこの理由によってのみ、大質量の近傍では時間の流れる「速度」は増大すると言うことができる。ただし、重力場中では全ての物理過程が加速するわけではない。例えば、原子核の崩壊と関係する過程は逆に減速する (§10.4 参照)。それゆえ、一般的な場合には、重力場中において何らかの過程の進行速度がどのように変化するかを解明するためには、その過程を記述している方程式を吟味する必要がある。その方程式には量  $c, \hbar, m$  のうちのいずれかの量が含まれている。方程式(2.1), (2.9)および(3.21)を用いてそれらの量の変化を計算すれば、大質量の近傍では当該の過程の進行速度がどのように変化するかを解明することができる。

#### § 8.4 運動する時計を用いた実験

一般相対性理論の観点から見ると、大質量の近傍では時間は遅くなる（全ての物理過程は遅くなる）。そしてこれは、一般相対性理論の土台そのもののうちに横たわっている最も重要な命題の1つである。それゆえ、この命題の真偽を確かめることがきわめて重要である。そこで1970年代、重力ポテンシャルが原子時計の示度の差に及ぼす影響の検証実験が行われた [71]。最初のそのような実験はハイフリーとキーティングによって行われた。彼らはセシウム対をベースとする数台の時計を飛行機に搭載し、世界一周を西方向と東方向の両方向に飛行させ、それらの時計の飛行前および飛行後の示度を、地上に置かれていた時計の示度と比較した。「特に、ハイフリーとキーティングは、重力効果および運動学的効果 [kinematic effect] に関する測定値と予想値との間の差を決定した。それらの差は、西方向の飛行の場合は約  $-0.01 \pm 0.09$ 、東方向の飛行の場合は約  $-0.04 \pm 0.4$  であった」 [50]。このように、この実験における誤差は予想される効果を著しく上回っていた。1976年、水素メーザー周波数標準器がロケットに搭載され、地球近傍の軌道へ運び出された。ロケット上の水素メーザー周波数標準器の示度を地球上に配置された同様の装置の示度と比較するため、電波信号が用いられた。この実験における誤差は予想される効果の2倍であった [50]。1977年に行われた実験では、3台のセシウム時計が用いられた。それらの時計も飛行機で何回かの飛行を行った。「これらの実験では、レーザー信号が地球から送られ、飛行機上のコーナーキューブ・リフレクターから反射され、このことにより、光信号の交換による離間された時計の同期化に関するアインシュタインの思考実験を実際に実現した」 [50]。

このように、1番目と2番目の実験では、誤差は予想される効果を上回っていた。3番目の実験では、飛行機で飛行している時計の同期化は、はっきりした理由もなく、地球から送られるレーザーパルスによって行われていた。一般的に言えば、このことは得られた結果の一義性について疑念を抱かせる。時計を飛行機上（またはロケット上）に設置することは、あらゆる点においてかなり悪いアイデアであると指摘することができる。加速、速度、振動—これら全てのノイズが実験の遂行を強く妨害するからである。

そして最後に、最も重要な点。飛行機上およびロケット上の時計を用いた実験は、**間接的な実験**にすぎない。この問題を注意深く分析しよう。ある時計が地球上にあり、別の時計がロケット上にあるとしよう。それらの時計の示度を比較するためには、我々は地球からロケットに光（電磁）信号を送らなければならない。しかし、信号の飛行時間およびロケットまでの時間をどうすれば知ることができるのであろうか？ 再び、光信号を送る。しかしここで、次の疑問が生じる。重力場中で、光速度は変化するのか、それとも変化しないのか？ 重力場中で、光子の周波数は変化するのか、それとも変化しないのか？ 一般相対性理論と量子重力理論とでは、これらの問いに対する答えは原理的に異なっている (§7.8 参照)。運動する時計を用いた実験では相異なる予想の集合が検証されるのであるから、それらの予想から出発して、重力場中における時間の速度に関して一義的な結論を下すことはできない。

時間の速度に関する問題に対する一義的な答えを得るためには、**同一の条件下**にある、ただし相異なる高度上に存在する、互いに対して**静止している**2台の時計の示度を比較する必要がある。すなわち、前節に記述されている単純な実験を行う必要がある。このような実験ははるかに低コストとなり、しかもその結果に基づいて、物理過程の進行速度に対して重力がどのように影響を与えるかに関する**一義的な結論**を下すことが可能になる。この単純な実験は誰にも興味を抱かせなかった。これはおそらく、実験の結果について、誰も疑いを持っていないからであろう。**全ての人**は、重力場中では時間はよりゆっくりと流れると**絶対的に**確信している。そのような確信は、第1に、一般相対性理論の土台に横たわっている、慣性質量と重力質量との相等性に基づいた等価原理に依拠している。しかもその相等性は、実験的にきわめて高い精度で検証されている。そして第2に、等価原理からはスペクトル線の重力偏移効果が導き出され、この効果もまた実験的に検証されている。そして一般には、この効果は大質量の近傍では時間が減速することの実験的裏付けであると考えられている。そこで次節では、このような観点を証明するために挙げられている論拠を分析しよう。

### § 8.5 重力場中における光子

一般相対性理論では、重力場中では時間が減速すると予想されている。そしてこの予想を証明するため、次の周知の例が挙げられている (図 27)。観測者は塔の上部 (点B) におり、光源は塔の基部 (点A) にあるとする。この場合、観測者は、放射スペクトルが若干赤外線側に偏移していることを検出する。まさにこの効果は、一般相対性理論では、時間が塔の上部では下部より速く流れることとして解釈されている。その論拠は次のとおり。塔の基部に人が立っていて、1時間ごとに鐘を撞き鳴らすとしよう。そして上部にいる観測者が鐘の音を2時間に1回しか聞かなかったとすると、彼は、鐘撞きの所にある時計は、自分の所にある時計より2倍ゆっくりと進行しているという結論を下す権利を持つことになる。さて今度は、塔の基部に振動板があり、それが例えば (塔の下部の時計で) 10 kHz の周波数で振動するとして。そして上部にいる観測者が周波数 9 kHz の音の振動を聞いたとすると、彼は、塔の基部にある時計は何らかの原因によって自分の所にある時計よりゆっくりと進行していると結論するはずである。光は電磁振動であり、上部にいる観測者

は、その電磁振動の周波数が低下したことを見るのであるから、彼はこのことから、塔の基部にある時計は自分の所にある時計よりゆっくりと進行していると結論する。



図 27. 点Aから光子が飛び上がり、点Bに向かって運動する。塔の上部(点B)にいる観測者は、到着した光子の周波数が若干低下したことを検出する。

実験的に検証されたこの効果は、一般相対性理論の枠内では、塔の上部における時間は下部におけるより若干「より速く」流れることの証明とみなされている。

この論拠は、既にアインシュタインによって初めて挙げられ、その後、科学文献において何回も利用されている。この論拠は、ミスナー、ソーンおよびホイラーの3巻本の教科書『重力』において最も明瞭に叙述されている。この教科書から抜粋して引用しよう：

「下部の実験者が標準固定周波数 $\omega_{\text{lower}}$ の電磁信号を放射し、その信号は上部の観測者によって受信される。話を明確にするため、信号は正確に $N$ 個の振動を含んでいるパルスであるとしよう。この場合、パルスがその間に放射される時間間隔 $\delta\tau_{\text{lower}}$ は、表式 $2\pi N = \omega_{\text{lower}} \cdot \delta\tau_{\text{lower}}$ で与えられる。上部の観測者は、電磁波パルスの同一の $N$ 個の振動を受信し、そのために必要とされる時間 $\delta\tau_{\text{upper}}$ を測定するはずである。「周波数」の定義により、 $2\pi N = \omega_{\text{upper}} \cdot \delta\tau_{\text{upper}}$ が得られる。(我々の場合は)実験的に突きとめられた、または(アインシュタインの場合は)エネルギー保存則から導き出された赤方偏移効果は、 $\omega_{\text{upper}} < \omega_{\text{lower}}$ であることを証明している。したがって、時間間隔は相異なる継続時間を持っている： $\delta\tau_{\text{upper}} > \delta\tau_{\text{lower}}$  [27, Vol.1]。

このように、上部にいる観測者は、塔の基部で生じている周波数 $\omega_{\text{lower}}$ のある周期的過程を観測する。そして彼は、その過程が周波数 $\omega_{\text{upper}} < \omega_{\text{lower}}$ で生じていることを検出する。彼はその結果、塔の基部における時間は自分がいる所の時間よりゆっくりと流れているという結論を下す。しかし、そのような結論には根拠がない。その理由は次のとおり。光は音とは本質的に異なっている。音は媒質中における機械的振動であり、粒子の流れではない。それに対し、光は粒子—光子—の流れである。それらの粒子は分割不可能である。下から上方へ飛び上がった光子と同じ数の光子が、上方において記録されることになる。塔の基部で振動板が振動した場合には、基部から空気を伝わって音波が伝播する。それゆえ、上部にいる観測者は振動板の各振動を記録することができる。この場合には、彼は、感知される振動の周波数に基づき、塔の基部における時間の速度に関する一義的結論を下すことができる。さて今度は、塔の基部で電荷が振動するとしよう。電荷は光子を放射する。光子の運動は、空間中における波の運動として近似的にしか記述することができない(確率波)。そして上部の観測者は、(振動板の場合と同じように)電荷の各個別振動ではなく、各個別光子を記録することになる。

観測者は、その周波数が若干低下した光子を記録する。彼はこのことから出発して、何を予想する権利を持っているのであろうか？ それは、光子が重力場中を飛行していた間に、光子の性質が若干変化したということのみである。彼は、下部では時間が「よりゆっ

くりと流れる」という結論を下す権利を持っていない。下から上方へ毎秒 1000 個の光子が飛び上がり、上部の観測者が毎秒 999 個（暫定数）の光子を記録した場合には、彼は、下部における時間は自分がいる所の時間より 1000 分の 1 だけゆっくりと流れているという結論を下す権利を持っているかもしれない。例えば量子重力理論の観点から見ると、塔の基部における時間は下部における時間より若干速く流れる。また、下から上方へ毎秒  $N$  個の光子が飛び上がった場合には、上部の観測者はそれと同じ  $N$  個の光子を、1 秒より若干短い時間の間に記録することになる。しかしこのとき、各光子の周波数は若干低くなる。すなわち、観測者はスペクトル線の重力偏移効果も検出する。したがって、スペクトル線の重力偏移効果から出発して、時間の減速または加速に関する一義的結論を下すことはできない。

### § 8.6 時間と一般相対性理論

本節では、一般相対性理論においてその基本命題の根拠付けのために用いられている論拠について検討する。その際には、重力場中における「時間の速度」に関する問題に最大の注意が払われる。

周知のように、重力場中における物体の加速度はその慣性質量に依存しない。すなわち、物体の重力質量は常にその慣性質量に比例している。それゆえ、重力場中における物体の運動は、非慣性基準系中における物体の運動に似ている。アインシュタインはこのことから出発して等価原理を定式化した。この原理の核心は次のことにある。2 つの実験室について検討しよう。その一方は地球上に存在しており、そこでは重力  $\vec{g}$  が作用している。また、他方の実験室は空虚な空間中を加速度  $-\vec{g}$  で運動している。等価原理は、両方の実験室中では全ての物理過程が同様に進行すると主張している。さて次に、図 27 に描かれている実験を例として検討しよう。等価原理から出発した場合には、いかなる重力場も存在していないが、しかし、図に描かれている全てのものは加速度  $g$  で上方に運動しているとみなすことができる。そしてこの場合には、光子が下から上方へ飛行している間に（光子の飛行時間は  $t = L/c$ 。ここで  $L$  は塔の高さ）、上部にいる観測者は追加的な速度  $\Delta V = gt$  を得る（なにしろ光子は加速度  $g$  で上方へ運動しているのであるから）。したがって彼は、放射スペクトルが赤外線の方へ偏移していることを検出する。その赤方偏移  $z$  の値は次式に等しい：

$$z = \Delta V/c = gL/c^2 = \Delta\phi/c^2.$$

等価原理を用いることにより、図 26 に描かれている時計のうち、どちらが遅れることになるかを計算することができる。そしてもしこの原理が正しければ、下側に存在する時計が遅れることになる。

次に、重力場中では時間が減速することを証明するために一般相対性理論の枠内において導入されている論拠の核心を、もう一度手短かに定式化しよう。

1. 高い精度で立証されている慣性質量と重力質量との相等性が、等価原理の実験的裏付けとみなされている。
2. スペクトル線の重力偏移という立証されている事実もまた、等価原理の実験的裏付けとみなされている。

3. 等価原理からは、重力場中では時間が**減速**することが導き出される。

4. それだけでなく、スペクトル線の重力偏移という実験的に立証されている事実からも、重力場中では時間が減速するという結論が**一義的**に下される（前節参照）。

これら全ての論拠は十分説得力があるように見える。それゆえ、これらの論拠のどこで誤りが犯されたかを理解するため、新理論（量子重力理論）を構築することが必要となった。

**第1の誤り**（もっと柔らかく「論理的不正確性」と言うことができるが、しかしこれによって核心が変わるわけではない）。慣性質量と重力質量との相等性は等価原理の裏付けではない。例えば、慣性質量と重力質量との相等性は新法則(2.1)からも導き出され (§3.2)，それゆえ、この相等性の実験的事実は、新法則の裏付けとみなすこともできる。また、新法則は等価原理と矛盾している。さらに、スペクトル線の重力偏移の事実を等価原理の裏付けとみなすことはできない。なぜなら、この事実を、それと同等の権利に基づいて、完全に新法則に基づいて構築されている量子重力理論の裏付けとみなすことが可能であるからである (§4.10)。

**第2の誤り**。重力赤方偏移効果（図 27）から出発して、塔の下部では時間が「よりゆっくりと流れる」という結論を下すことはできない。例えば量子重力理論の観点から見ると、時間は塔の下部では「より速く流れる」。しかし、それにもかかわらず、上部にいる観測者は光子が「赤化した」ことを検出する（前節参照）。

このように、一般相対性理論を裏付けている全ての実験（スペクトル線の重力偏移；慣性質量と重力質量との相等性；太陽近傍における光線の偏向；電波信号の「遅延」；水星の近日点移動）から、大質量の近傍における時間の遅れおよび等価原理の妥当性に関する一義的結論を下すことはできない。なお、重力ポテンシャルの値が時間速度に及ぼす直接的影響に関する直接的実験（図 26）はこれまで行われたことがない。

科学文献では、等価原理に対する反論（実は別の理由による反論であるが）が一度ならず提起されている（これについては例えば [17, §61] 参照）。等価原理を完全に否定して、しかし時空は質量近傍で曲がるという予想から出発して、アインシュタインの重力方程式 (4.5) を得ることさえ提唱されている。一般相対性理論のそのような構築方法は可能である（例えば [17, §52] 参照）。しかし、この場合でも、大質量の近傍における時間の遅れに関する一義的結論を下すことはできない。実際、方程式(4.5)からは、質点  $M$  によって創出される弱重力場中における間隔の 2 乗は次の形を持つことが導き出される(4.12)：

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{2GM}{rc^2}\right) dl^2.$$

そしてこの表式は、量子重力理論の枠内で計算された間隔の 2 乗に関する表式(7.18)と事実上完全に  $((GM/rc^2)^2$  のオーダーの項までの精度で) 一致している：

$$ds^2 = \frac{c_0^2 dt_0^2}{\left(1 + \frac{2GM}{rc_0^2}\right)} - \left(1 + \frac{2GM}{rc_0^2}\right) dl_0^2.$$

この表式(7.18)は、大質量の近傍では時間がより速く流れるという予想から出発して計算された (§7.5 参照)。それゆえ、表式(4.12)から出発して、時間は大質量の近傍では遅れるという結論を下すことはできない。表式(7.18)の第 1 項は、量子重力理論の枠内では単純

な物理的意味を持つ。大質量の近傍では粒子の運動における不確定性が減少し、その結果、原子のサイズも減少する。その結果、ある準位から別の準位への電子の遷移エネルギーが増大する(4.27)。すなわち、任意のスペクトル線の放射周波数が上昇する(4.29)。すなわち、大質量の近傍では任意の物理過程の継続時間が縮小し、したがって物理過程の進行速度が増大する。

表式(4.12)の第1項は、一般相対性理論の枠内では原理的に異なる仕方で解釈される。質量 $M$ から遠方で1秒が進行する場合には、質量の近傍では数分の1秒しか進行しない。すなわち、大質量の近傍では時間が減速する。このような解釈は物理的根拠を持っていない。なぜなら、時間間隔とは、ある物理過程の継続時間であるからである。したがって、時間間隔が縮小する場合には(方程式(4.12)および(7.18)では、まさにこのことが表されている)、時間速度は増大する。

一般相対性理論の誤謬性(あるいは物理学的破綻と言った方がよい)は、この理論には時間についても距離についても正確な定義が存在しないことにある。一般相対性理論では、時間も距離も具体的な物理過程から切り離されて検討されている。一般相対性理論のこの欠点は既にアインシュタインによって指摘され (§7.1 参照)、一時的な欠点とみなされていた。ところが、それから長い年月が過ぎたとき、量子力学の著しい成功にもかかわらず、状況は少しも変化しなかった。そこで次節では、重力場中における粒子の運動軌道について、量子力学の観点から検討しよう。そして、大質量の近傍における時間の遅れに関する予想は根本的に誤りであることを示そう。

### § 8.7 重力場中における粒子

周知のように、全ての粒子は(物体と同様に)地球に引き付けられている。地球の側から粒子に対して力が作用しており、それゆえ粒子は地球に引き付けられるとすることができる(ニュートンの重力理論では、重力に対するこのようなアプローチが適用されている)。また、粒子は曲がった時空中において「直線」(測地線)に沿って運動すると言することができる。そして時空の尺度は地球表面上方の高度に依存して変化するのであるから、静止した観測者の視点から見ると、そのような「直線」は曲がることになる。一般相対性理論と量子重力理論のいずれにおいても、重力に対するまさにこのようなアプローチが適用されている。

量子力学の観点から見ると、運動する粒子は運動する波であることを思い出そう。そして波は、ある点から別の点へ、経路の始点と終点とにおける位相差が最小になるように運動する [6] (§4.8 も参照)。すなわち、波は、通過した経路のために費やす固有振動数が最小になるように運動する。さらにこのことは、粒子は、ある点から別の点へ、通過した経路のために費やす時間が、固有時計で測定された(すなわち、固有振動周期の倍数の時間単位で測定された)最小時間となるように運動するということを意味している。

いかなる重力場も存在せず、粒子は点 $A$ から点 $B$ へ直線に沿って運動するとしよう(図 28 参照)。すなわち、粒子は、通過した経路のために費やす時間が最小となるように運動する。粒子はその経路のために、例えば 100 秒を費やすとしよう。さて次に、上半平面中(直線  $AB$  の上方)では、直線  $AB$  上と比べ、時間が例えば 10% だけゆっくりと流れ始め、下半平

面中では、10%だけ速く流れ始めたと仮定しよう。問い：この場合、粒子はどのように運動することになるのだろうか—線分 $AB$ に沿ってか、曲線 $ACB$ に沿ってか、それとも曲線 $ADB$ に沿ってか？

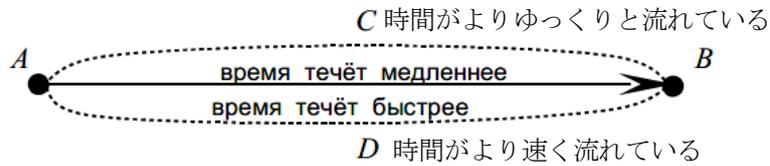


図 28. 時間が空間の全ての点において同じ速さで流れている場合には、粒子は点 $A$ から点 $B$ へ直線に沿って運動する。しかし、時間が下半平面内ではより速く、上半平面内ではよりゆっくりと流れている場合には、粒子は運動するとき、通過した経路のために費やす自分の寿命がより少なくなるようにするため、少しだけ上半平面の方へ曲がる。

簡単のため、直線からの粒子の偏向は微小であると仮定しよう。すなわち、このことは、直線 $AB$ 上にいる観測者の時計によれば、粒子が費やす時間は、経路 $ACB$ 上でも、経路 $ADB$ 上でも、線分 $AB$ に沿った経路上でもほぼ同一であることを意味している。しかしなにしろ、粒子は、通過した経路のために費やす固有時計による時間が最小となるように運動するのだ。状況をより分かり易くするため、粒子は安定粒子ではなく、その寿命はきっかり 100 秒であると仮定しよう。そして粒子にとっては、時間の点では、そこでは粒子が自分の寿命のより小さい部分を費やすような経路がより短い経路となる。もし粒子が、そこでは時間が 10%だけ速く流れている曲線 $ADB$ に沿って運動したとすると、粒子は、自分の経路のために、固有時計（この場合、この時計は 10%だけ速く進行する）によれば、より大きな時間—110 秒—を費やすことが必要となるはずである。すなわち、粒子は点 $B$ に到達しないはずである。それに対し、もし粒子が、そこでは時間が 10%だけゆっくりと流れている曲線 $ACB$ に沿って運動したとすると、粒子は、自分の経路のために、固有時計によれば、それに対応して 90 秒を費やすはずである。すなわち、粒子は、点 $A$ から点 $B$ への経路のために、自分の寿命の 90%しか費やさないはずである。したがって、粒子は曲線 $ACB$ に沿って運動することになる。こうして粒子は、点 $A$ から点 $B$ へ（固有時計で）可能な限り速く到達するため、そこでは時間がよりゆっくりと流れている空間領域の方へ若干曲がる。

周知のように、地球の重力場中では、粒子は放物線に沿って運動する。そして点 $A$ から点 $B$ へ運動するとき、粒子は地球表面からより高い側に存在する領域の方へ若干曲がる（図 29 参照）。しかし、このことはまさに、より高い所では時間がよりゆっくりと流れていることを意味している。すなわち、より高い所では物理過程の進行速度が幾分減少するのである。また、これに対応して、任意の周期的過程の周波数が幾分低下する(4.29)。

この結論は量子重力理論と完全に整合しており、一般相対性理論の誤謬性を示している。

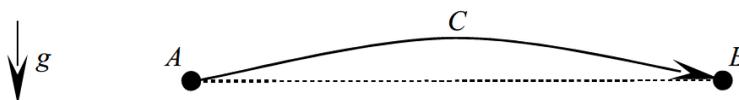


図 29. 周知のように、地球の重力場中では、粒子は点 $A$ から点 $B$ へ放物線 $ACB$ に沿って運動する。すなわち、点 $A$ から点 $B$ への経路のために費やす時間が（自分の時計で）最小となるようにするため、粒子は若干上方へ曲がる。そしてこのことは、より高い所では時間はよりゆっくりと流れることを意味している。

このように、量子力学の枠内で行われた地球の重力場中における粒子の運動軌道に関する簡単な分析は、一般相対性理論の基本命題のうちの1つ（大質量の近傍における時間の遅れに関する命題）が根本的に誤りであることを示している。この結論が持つ特別な重要性に鑑み、また一般相対性理論の基本命題に対するこのような反論が、これ以前には科学文献においておそらく一度も検討されたことがないことを考慮し、この反論の核心部分をもう一度手短かに定式化しよう。

一般相対性理論の観点から見ると、より高い所では時間はより速く流れる。そして点Aから点Bへ運動する粒子（図29）と結び付いている任意の時計（すなわち、任意の物理過程も）は、直線ABに沿って運動する任意の時計より速く進行することになる。それだけでなく、「時計の真の軌道とは、最大固有時間に対応している軌道である」[10]。これは、一般相対性理論の最も重要な命題の1つである。しかし他方では、量子力学の観点から見ると、粒子の運動は、空間中における粒子の位置の確率密度の振幅を決定する波動関数 $\Psi$ によって完全に記述することができる。また、任意の波は常に最短光路に沿って、すなわち、経路の始点と終点とにおける位相差が最小になるように運動する（そうでない場合には、軌道の近くに位置する全ての経路が相異なる位相を持って点Bに到着するはずであり、その結果、この点の近傍で粒子を見出す確率はゼロに等しくなるはずである）。このことは、波は点Aから点Bへ運動するとき、自分の経路を進んでいる時間の中に、固有振動数が可能な限り小さくなるように運動することを意味している。すなわち、粒子は通過した経路のために費やす固有時間が最小になるように運動することになる。

こうして、一般相対性理論の観点から見ると、粒子は点Aから点Bへ、通過した経路のために費やす固有時間が最大になるように運動する。この観点から見ると、時間はより高い所ではより速く流れることになる。それに対し、量子力学の観点から見ると、粒子は点Aから点Bへ、通過した経路のために費やす固有時間が最小になるように運動する。この観点からは、より高い所では時間はよりゆっくりと流れるということが導き出される。このように、粒子は波動性を持っているという量子力学の基本命題は、大質量の近傍では時間が減速するという一般相対性理論の基本命題と根本的に矛盾している。量子力学の真理性はきわめて高い精度の多数の実験によって検証されているのであるから、一般相対性理論の土台には誤りがあるという結論を下すことができる。したがって、2台の同型の時計のうち、地球表面上方のより高い所に位置している時計の方が遅れる。

### § 8.8 間隔の物理的意味

量子重力理論と一般相対性理論のいずれにおいても、粒子の運動軌道は同一の方程式(7.12) :

$$-\delta \int ds = 0 \quad (7.12)$$

または方程式(4.4) :

$$\int_{A,t_1}^{B,t_2} ds = \max \quad (4.4)$$

によって決定されている。すなわち、粒子は、それに沿った間隔 $s$ が最大値を持っているよ

うな軌道に沿って運動する。また、量子重力理論と一般相対性理論のいずれにおいても、間隔の2乗に関する表式は次の形で表すことができる：

$$ds^2 = \frac{1}{k^2} \cdot c^2 dt^2 - k^2 \cdot dl^2. \quad (8.4)$$

一般相対性理論では係数 $k$ は(4.8)に等しい：

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}}. \quad (4.8)$$

それに対し、量子重力理論では係数 $k$ は次式に等しい（方程式(7.18)参照）：

$$k = \sqrt{1 + \frac{2GM}{rc^2}}. \quad (8.5)$$

すなわち、「曲」率の係数 $k$ は質量 $M$ から遠方では1に向かっていき、質量の近傍では増大する： $k > 1$ 。したがって、量子重力理論と一般相対性理論のいずれにおいても、重力場中における粒子の運動方程式は次の形を持つ：

$$\int ds = \int \sqrt{\left(\frac{1}{k} \cdot c dt\right)^2 - (k \cdot dl)^2} = \max. \quad (8.6)$$

この運動方程式は最小作用の原理から得られた： $\delta \int dS = 0$ または $\int dS = \min$ 。作用は負記号付きで取られた間隔に比例しているので（ $dS \sim -ds$  [5, §87]），作用の最小値は間隔の最大値に対応している。それゆえ，方程式(8.6)の物理的意味は，最小作用の原理の物理的意味と同一である。§7.4で既に指摘したように，最小作用の原理の物理的意味は，量子力学の創出後にはじめて完全に明らかになった（量子力学の創出以前には，最小作用の原理の形での運動方程式の表現は便利な数学的手法にすぎないとみなされていた）。その意味はきわめて単純である。任意の粒子は波動性を持っている。そして任意の波は，経路の始点と終点とにおける位相差が最小となるように運動する。すなわち，波は，最短光路に沿って運動する。また，作用は位相に比例して変化するのであるから，位相の最小値は最小作用に対応している [6, §6]。

状況をより分かり易くするため，運動する粒子の波長を歩幅にたとえることができる。粒子はある点から別の点へ，通過した経路のために費やす歩数が**最小**になるように運動する。最小作用の原理の物理的意味は，したがってまた方程式(8.6)における間隔の最大値の物理的意味は，まさにこのことにある。粒子は，通過した経路のために費やす歩数が最小になるようにするためには，第1に，最短経路に沿って運動しなければならない。そして第2に，粒子の歩幅が最大となるような経路に沿って運動しなければならない。

最も単純な例について検討しよう。重力場が存在せず，かつ空間が一様な場合には，粒子の歩幅（波長）は至る所で同一である。それゆえ，粒子は点Aから点Bへ直線に沿って運

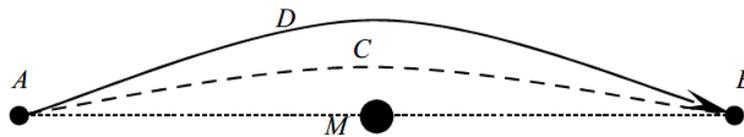


図 30

動する。さて次に、粒子は質量 $M$ の重力場中を運動しているとしよう (図 30 参照)。質量の近傍では尺度が変化する ( $k > 1$ ) ことにより、点 $A$ と点 $B$ 間の最短距離はもはや直線 $AB$ ではなく、ある曲線 $ACB$ となる。我々がメートル基準を取り、それを使って点 $A$ と点 $B$ 間の距離を直線に沿って、また曲線 $ACB$ に沿って測定したとすると、曲線 $ACB$ の長さの方が短いことが判明する。これが生じるのは、質量 $M$ の近傍では粒子の運動における不確定性が減少するからである。これに対応して原子のサイズが減少し、したがってまたメートル基準の長さも減少する。それゆえ、メートル (あるいはそれとは別の任意の長さの単位) で測定した直線 $AB$ の長さは、曲線 $ACB$ の長さより大きくなる (図 5 参照)。しかしそれにもかかわらず、粒子は曲線 $ACB$ に沿って運動しない。粒子は凸度がより大きい曲線 $ADB$ に沿って運動するのである。曲線 $ADB$ の長さは曲線 $ACB$ の長さより大きい。しかしその代わり、曲線 $ADB$ 上における粒子の歩幅 (波長) はより大きくなり、それゆえ、粒子は曲線 $ADB$ に沿って運動すれば、「最短」曲線 $ACB$ に沿って運動した場合と比べ、より少ない歩数を費やすことになる。

方程式(8.6)について注意深く検討しよう。この方程式における間隔が最大値を持つためには、粒子は、平方根の記号下の第 1 項 $(\frac{1}{k} \cdot c dt)^2$ が可能な限り大きくなり、第 2 項 $(k \cdot dl)^2$ が可能な限り小さくなるような軌道に沿って運動しなければならない。第 2 項の物理的意味は明らかである。質量 $M$ の近傍では、 $dl$ の値に $k > 1$ の値が乗じられる。量子重力理論と一般相対性理論のいずれにおいても、このことは、質量の近傍では全ての距離が $k$ 倍に増大することを意味している。このことはまた、質量の近傍では長さの全ての基準が $k$ 分の 1 に減少することも意味している。さて今度は、根号下の第 1 項 $(\frac{1}{k} \cdot c dt)^2$ について検討しよう。質量 $M$ の近傍では、 $dt$ の値は $k > 1$ の値で除される。このことは、質量の近傍では全ての時間間隔が $k$ 分の 1 に縮小することを意味している。これは何を意味しているのだろうか? 時間間隔の縮小は様々な仕方で解釈することができる。

1) 一般相対性理論の観点から見ると、時間間隔の縮小は次のことを意味している。質量から遠方において 1 秒が進行した場合、質量の近傍では数分の 1 秒しか経過しない。したがって、質量の近傍では時間が遅くなる。

2) 任意の時間間隔は何らかの物理過程の継続時間である。それゆえ、量子重力理論の観点から見ると、時間間隔の縮小は**物理過程の継続時間の縮小**を意味している。質量から大きな距離の所である物理過程の継続時間が 1 秒の場合、質量の近傍ではそれと同一の過程の継続時間は数分の 1 秒となる。したがって、質量の近傍では時間が加速する。

これらの解釈のうちいずれが真理であるかを理解するためには、 $cdt$ の値が何を意味しているかを思い出せば十分である。この値は長さの基準を決定しているのである (§7.1 参照)。こうして、質量 $M$ の近傍では全ての基準の長さが、またそれに対応して、全ての物理的物体の長さが $k$ 分の 1 に減少する (まさにそれゆえに、質量 $M$ の近傍では全ての 2 点間

の距離が $k$ 倍に増大する)。したがって、質量 $M$ の近傍では運動する粒子の歩幅（あるいは波長）も $k$ 分の1に減少する。すなわち、 $cdt$ の値は運動する粒子の波長、あるいは歩幅に比例している。このことは、（運動する粒子と関係している）波の振動周期も質量 $M$ の近傍では**減少**し、またそれに対応して、振動周波数が**上昇**することを意味している。すなわち、質量の近傍では時間がより速く流れる。これら全てのことは量子重力理論と完全に整合しており、一般相対性理論の誤謬性を示している。一般相対性理論の土台に含まれている誤りはかなり興味深いものであるので、それについて考察することには意味がある。

ニュートン力学では、空間と時間は互いに切り離されて検討されている。特殊相対性理論の成果の1つは、空間と時間を不可分の一体に統一したことである。それでもなお、その統一にもかかわらず、時間は距離とは**根本的に**異なっている。ある線に沿った2点間の距離とは、その線に沿った点と点との間に収めることのできる、長さの単位基準の数に等しい量である。長さの基準が減少すれば、全ての2点間の距離は増大する（図5参照）。例えば太陽の近傍では、長さ（原子のサイズ、スペクトル線の波長、等々）の全ての基準が減少し、それゆえ、太陽の近傍における距離は増大する。それに対し、時間間隔とは、その継続時間が基準として取られている特定の周期的過程の周期数に等しい量である。したがって、時間の基準が減少すれば、全ての時間間隔も減少する。例えば、1秒当たりの時間間隔は、定義によればセシウム原子の特定のスペクトル線の放射周期の9 192 631 770倍に等しい（§7.1参照）。このスペクトル線の放射周期が太陽近傍で減少すると、太陽近傍における1秒の継続時間も減少する。したがって、一般相対性理論の主要な誤りは、ここでは時間が物理過程の継続時間としてではなく、（普通の空間中における2点間の距離との類推に基づいて）仮想上の時間軸上における2点間の距離として検討されていることにある。

本節の締めくくりとして、方程式(8.6)における間隔の最大値が持つ物理的意味はどこにあるかについて再度述べよう。 $\frac{1}{k} \cdot c dt$ の値は運動する粒子の波長あるいは歩幅に比例している。質量 $M$ の近傍では全ての波長が $k$ 分の1に減少する。それに対応して、その波の全ての振動周期も減少する。 $k \cdot dl$ の値は重力場中における2点間の距離である。質量 $M$ の近傍では全ての長さが $k$ 分の1に減少するので、全ての2点間の距離は $k$ 倍に増大する。そして粒子は、 $\frac{1}{k} \cdot c dt$ に比例しているその歩幅が可能な限り大きくなり、通過した距離 $k \cdot dl$ が可能な限り小さくなるような軌道に沿って運動する。方程式(8.6)における間隔の最大値が持つ物理的意味はここにある（図24参照）。

### § 8.9 運動方程式における積分範囲をどのように決定するか？

重力場中における粒子の運動軌道は方程式(4.4)によって決定される：

$$s_L = \int_{A,t_1}^{B,t_2} ds = \max \quad (4.4)$$

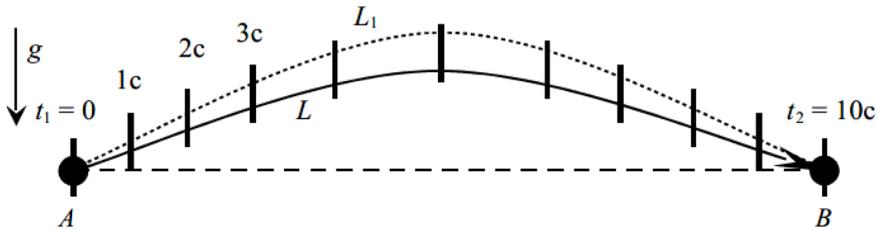
または：

$$\delta s_L = \delta \int_{A,t_1}^{B,t_2} ds = 0.$$

すなわち、粒子は時刻 $t_1$ には点 $A$ に、時刻 $t_2$ には点 $B$ に存在する。そして粒子は4次元時空中において、点 $a = (A, t_1)$ から点 $b = (B, t_2)$ へ、通過した経路 $s_L$ が最大の長さを持つような軌道 $L$ に沿って運動する。質量 $M$ によって創出される重力場中では、方程式(4.4)は方程式(8.6)の形で表すことができる：

$$s_L = \int_{A,t_1}^{B,t_2} ds = \int_{A,t_1}^{B,t_2} \sqrt{\left(\frac{1}{k} \cdot c dt\right)^2 - (k \cdot dl)^2} = \max. \tag{8.6}$$

真の運動軌道を見出すためには、軌道 $L$ の両端を点 $a = (A, t_1)$ および $(B, t_2)$ に「固定」した後、軌道の変分（無限小の偏向）を取らなければならない。真の運動軌道の場合には、変分を取ったとき、軌道の長さ $s_L$ の変化はゼロに等しくなる。点 $A$ および $B$ の意味は明らかである。我々は2つの静止物体を用いてこれらの点を空間中で固定することができる。例えば点 $A$ は粒子が時刻 $t_1$ にそこから飛び出た放出源であり、点 $B$ は粒子が時刻 $t_2$ にそこへ到着した検出器である（図31参照）。



[図中の c は s (second)]

図31. 粒子は重力場 $\vec{g}$ 中で点 $A$ から点 $B$ へ運動する。粒子が点 $A$ にあったとき、粒子と結び付いている波の振動周期は1秒に等しかったとしよう： $T_A = 1s$ 。粒子と結び付いている波は、点 $A$ から点 $B$ へ運動するとき、きっかり10回振動するとしよう。このことは、粒子の運動時間は粒子の固有時計できっかり10秒であることを意味している。線 $L$ の近くに位置している線 $L_1$ に沿って運動するとき、波もきっかり10回振動しなければならない。すなわち、波も通過した経路のために固有時計で10秒を費やさなければならない。それゆえ、方程式(8.6)において $t_1 = 0$ 、 $t_2 = 10s$ としたとき、我々は、他ならぬ粒子の固有時計で、時間間隔を10秒の継続時間として「記録」しなければならない。このとき、その時間を静止した時計で測定した場合には、線 $L_1$ に沿った粒子の運動時間が、線 $L$ に沿った運動時間と異なったものになることは明らかである。

次に、時刻 $t_1$ および $t_2$ の物理的意味について検討しよう。その意味は一義的ではない。なにしろ我々は、普通の空間中で現実の物体を用いて普通の点を記録するのと同じように、時間軸上で時刻 $t_1$ および $t_2$ を記録することができないからである。時刻 $t_1$ および $t_2$ は、何らかの時計の示度にすぎない。我々は時刻 $t_1$ および $t_2$ を、いかなる時計で測定しなければならないのであろうか？ ここでは2つの案が可能である。第1に、静止した時計、例えば点 $A$ および $B$ に置かれている同期化された時計で時間を測定することができる。第2に、運動する物体と結び付いている時計で時間を測定することができる。

話を明確にするため、 $t_1 = 0$ 、 $t_2 = 10s$ としよう。すなわち、粒子は時刻ゼロのときに点

$A$ から飛び出て、10秒後に点 $B$ に到着した。変分 $\delta s_L$ を見出すためには、線 $L$ に無限に近い所に位置している線 $L_1$ に沿った間隔 $s$ を計算しなければならない。このとき、線 $L_1$ に沿った粒子の飛行の継続時間も10秒でなければならない。我々は、線 $L_1$ に沿った粒子の運動時間は静止した時計で10秒であるとみなすことが可能である。また、線 $L_1$ に沿った粒子の運動の固有時間は10秒であるとみなすことも可能である。したがって、静止した時計と、運動する粒子と結び付いている時計のいずれを取るかの選択をする必要がある。波がどのように運動するかを思い出せば、この選択をするのは難しいことではない。任意の波は、運動時に、その1個の振動周期 $T$ の間に波長 $\lambda$ に等しい距離を通過する。すなわち、固有測定単位では、波は時空中を（最短光路に沿って）一様かつ直線的に運動する。例えば、点 $A$ から点 $B$ へ線 $L$ に沿って運動する波（運動する粒子と結び付いている確率振幅の波）は、正確に10回振動する。このことは、波の飛行時間は正確に10個の周期であり、線 $L$ に沿って正確に10個の波長が収まっていることを意味している。線 $L_1$ に沿っても正確に10個の波長および10個の振動周期が収まっている。すなわち、波は、軌道 $L$ の近くに位置する全ての経路が軌道 $L$ と同一の位相になるような軌道 $L$ に沿って運動することになる。そうでない場合には、波は相異なる経路に沿って相異なる位相を持って点 $B$ に到着するはずであり、それらの位相は互いに補償し合うはずである。そしてその結果、点 $B$ の近傍で粒子を見出す確率はゼロに等しくなるはずである。粒子は相異なる軌道に沿ってランダムに運動すると言うことができる。しかし、(4.4)または(8.6)の条件を満たさない任意の軌道の近傍において粒子を見出す確率は、事実上ゼロに等しい。

このように、 $A$ から点 $B$ へ運動する粒子と結び付いている波の運動時間は、軌道 $L$ に沿っても、また、 $L$ の近くに位置する任意の線 $L_1$ に沿ってもきっかり10個の振動周期となる。このことは、粒子の固有運動時間は、線 $L$ に沿っても、また線 $L_1$ に沿っても同一となることを意味している。このことは、さらに、静止した時計で測定された粒子の運動時間は、軌道 $L$ と $L_1$ とは相異なったものになることも意味している。このことから、方程式(4.4)または(8.6)における時刻 $t_1$ および $t_2$ は、運動する粒子と結び付いている時計で測定する必要があることが導き出される。このような選択の基礎には単純な物理的意味がある。重力場中における粒子の運動軌道を一義的に与えるためには、第1に、その軌道上に存在する2点 $A$ および $B$ を決定する必要がある。そして第2に、点 $A$ から点 $B$ へ運動する粒子と結び付いている波は、何個の周期の振動をしなければならないかを指定する必要がある。

上述したこととの関連において、方程式(8.6)に次の解釈を与えることができる。時刻 $t_1$ および $t_2$ は、運動する粒子と結び付いている時計で測定される。したがって $dt$ の値は、運動する時計の固有時間に比例している値、すなわち、運動する粒子と結び付いている波の固有振動の周期に比例している値である。粒子は、点 $A$ から点 $B$ へ運動するとき、そこでは係数 $k$ の値がより小さく、またそれに対応して任意の物理過程の継続時間（これには固有振動の周期の継続時間も含まれる）がより大きい空間領域の方へ曲がる。それゆえ、所与の振動周期数 $N$ のとき（すなわち、運動する粒子と結び付いている時計で所与の時刻 $t_1$ および $t_2$ のとき）、粒子と結び付いている波は、各振動周期の継続時間 $T_k$ が可能な限り大きくなり、したがってまた全運動時間 $\Delta t = \sum_{k=1}^N T_k$ も可能な限り大きくなるように運動することになる。そして、地球表面上方の大高度では時間がよりゆっくりと流れる（任意の物理過程の継続時間 $T$ が増大する）ので、まさにそれゆえに、粒子は上に凸な放物線に沿って運動

する。

こうして、粒子・波は点Aから点Bへ、通過した経路のために費やす歩数が最小（固有振動が最小）になるように、すなわち、固有時間が最小になるように運動する。粒子が点Aから点Bへ運動するときに費やさなければならない歩数が既に決定されている場合（すなわち、方程式(4.4)または(8.6)における粒子の固有運動時間( $t_1, t_2$ )の間隔が決定されている場合)には、粒子・波は、各1歩の継続時間が最大になるように運動する。その結果、所与の固有運動時間のとき、粒子・波は点Aから点Bへ、通過した経路のために費やす時間が静止した時計で最小になるように運動する。

このように、静止した時計での所与の運動時間のとき、粒子・波は通過した経路のために費やす固有時間が最小になるように運動する（フェルマーの原理）。またそれとは逆に、所与の固有運動時間のとき、粒子・波は通過した経路のために費やす静止した時計での時間が最大（方程式(4.4)または(8.6)における間隔が最大）となるような軌道に沿って運動する。

一般相対性理論の観点から見ると、方程式(4.4)または(8.6)における時刻 $t_1$ および $t_2$ は、静止した時計で測定された時刻である。これはいわゆる実験室時間、あるいは世界時間である。積分範囲の解釈におけるこのような原理的な誤りは、時間の物理的意味に対する無理解によって引き起こされた。一般相対性理論の枠内では、時間の継続時間は普通の空間中における距離との類推に基づいて検討されているが、これは誤りであることを思い出そう (§8.8 参照)。そして方程式(4.4)または(8.6)における時間の積分範囲の不正確な解釈が、この方程式の物理的意味の不正確な理解をもたらしている。実際、時刻 $t_1$ および $t_2$ は静止した時計で測定されなければならないとみなした場合には、方程式(4.4)または(8.6)から次の結論を導き出すことができる。粒子は点Aから点Bへ、通過した経路のために費やす固有時間が最大になるように運動することになる [10, §7.3]、すなわち、運動する粒子と結び付いている波が、粒子が運動している時間の中に可能な限り大きな数の固有振動をするように運動することになる。その結果、方程式(4.4)または(8.6)の物理的意味が反対の意味に歪曲される。粒子・波は通過した経路のために費やす固有振動が最小になるようにではなく、逆に最大 (!) になるように運動するという結果が得られる。一般相対性理論では、この明らかに誤った観点から出発して、時間はより大きい高度ではより速く流れるという結論が下されている。さらに、この観点から出発して、大質量の近傍では光の伝播速度が減少するという誤った結論も下されている。この問題について分析しよう。

大質量の近傍における光速度は、大質量から遠ざかるほど大きくなる(2.1)。ところが、大質量の近傍における光波の周波数は、パーセンテージでは光速度よりさらに速く増大する (§4.8 参照)。それゆえ、光波は重力場中を運動するとき、仮に空虚な空間中を運動するとした場合と比べ、より大きな数の固有振動をする (図 32)。すなわち、重力場中にお

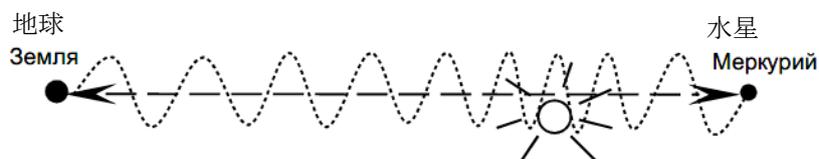


図 32. 太陽の近傍では信号の周波数が増大し、それゆえ、重力場中における信号の固有運動時間も増大する。

る光波の固有運動時間は、空虚な空間中におけるより大きい。一般相対性理論では、方程式(4.4)または(8.6)における時間の積分範囲の不正確な解釈により、固有時間の世界時間へのすり替えが生じている。そしてこのことから、重力場中における光の運動時間は空虚な空間中におけるより大きいという誤った結論が下されている。すなわち、大質量の近傍では光速度が減少するという誤った結論が下されている。

### § 8.10 赤方偏移の2つの解釈

光（電磁波）は圧力およびエネルギーを持っていることが知られている。任意のエネルギーは慣性質量を持っているので、光も慣性質量を持っている。壁が鏡になっているタンクの内部でエネルギー $E$ を持つ光が運動すると、タンクの慣性質量は $\Delta m = E/c^2$ という値だけ大きくなる。慣性質量は重力質量と常に等しいので、それに対応して、光は重力質量も持っている。その内部で光が運動しているタンクは、空のタンクより重くなる。そのようなタンクが地球の重力場中で高度 $H$ から落下すると、タンクは、それが空の状態で落下する場合より大きい仕事をする。その追加的な仕事 $A$ は次式に等しい：

$$A = \frac{E}{c^2} gH. \quad (8.7)$$

すなわち、光は、つまり各光子も重量を持っており、重力相互作用に関与している。特に、光子は太陽近傍を通過するとき、方程式(4.14)に従ってある角度だけ偏向する。また、光子が重力場から飛び出るとき、光子はエネルギーを失い、「赤化」する。これら全てのことはよく知られている。そして一見したところ、きわめて単純である。ところが、それはそうではない。スペクトル線の重力偏移効果について注意深く分析しよう。

塔の基部で励起状態にある原子が光子を放出する（図 33 参照）。その光子が上方へ飛行して行く。塔の上部で、その光子の周波数が、正確に同種の原子、ただし塔の上部に存在している原子によって放出された光子の周波数と比較される。 $\omega_0$ を下部に存在している原子によって放出された光子の周波数； $\omega_{0H}$ をそれと同一の光子が重力的引力を克服して塔の上部に到達したときのその周波数； $\omega_H$ を塔の上部に存在している原子によって放出された光子の周波数とする。塔の上部にいる観測者が2つの光子を記録し、それらの周波数、すなわち $\omega_{0H}$ と $\omega_H$ を比較する。

赤方偏移 $z$ の値を計算しよう。定義によれば、その値は次式に等しい：

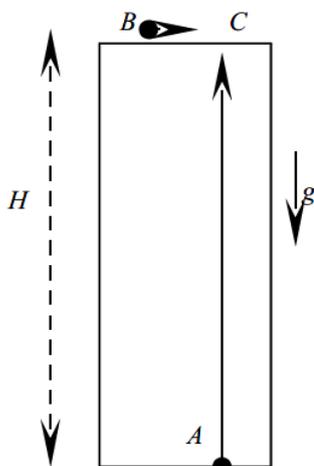


図 33. 原子が塔の基部の点Aに励起状態で存在している。原子が光子を放出し、光子は上方の点Cへ飛んで行く。塔の上部の点Bに、基部に存在する原子と正確に同種の原子が存在している。この原子も光子を放出し、光子は点Cへ運動する。点Cには観測者がいる。彼は2つの光子を記録し、それらの周波数を比較し、それらの周波数の相対的差、すなわちスペクトル線の重力偏移の値を決定する。

$$z = \frac{\omega_H - \omega_{0H}}{\omega_H}. \quad (8.8)$$

アインシュタインはその論文「重力が光の伝播に及ぼす影響について」 (§2「エネルギーの重力について」) [1] において、重力偏移を次のように計算している。励起状態の原子は非励起状態の原子より大きいエネルギーを持っている。したがって、励起状態の原子はより大きい慣性質量を、したがってまた、より大きい重力質量を持っている。原子が光子を放出するとき、原子の質量は減少する。なぜなら、原子は光子に、エネルギー $E$ と一緒に重力質量も与えるからである。光子の重力質量 $\mu$ は次式に等しい：

$$\mu = \frac{E}{c^2} = \frac{\hbar\omega}{c^2}. \quad (8.9)$$

光子は上方へ運動するとき、重力に対して次の仕事をする：

$$A = \mu gH = \frac{E}{c^2} gH. \quad (8.10)$$

それゆえ、光子のエネルギー $E$ は $\Delta E = -A$ という値だけ変化する。そしてそれに対応して、エネルギーの相対的変化は次式に等しくなる：

$$\frac{\Delta E}{E} = -\frac{gH}{c^2}. \quad (8.11)$$

$E = \hbar\omega$ であることを考慮すると、スペクトル線の重力偏移に関する次の公式が得られる：

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = -\frac{gH}{c^2}. \quad (8.12)$$

したがって、重力赤方偏移は次のように説明することができる：重力的引力を克服しつつある光子はエネルギーを失い、その結果「赤化」する。このような考察においては、塔の基部に存在する原子によって放出された光子の周波数 $\omega_0$ は、塔の上部に存在する原子によって放出された光子の周波数 $\omega_H$ と正確に等しいことが暗黙のうちに想定されている：

$$\omega_0 = \omega_H. \quad (8.13)$$

現在、重力偏移の値に関する方程式(8.12)は、約 0.1%の精度で実験的に裏付けられている。

一般相対性理論の観点から見ると、塔の下部における時間は上部におけるよりゆっくりと流れる。すなわち、塔の下部では**全ての物理過程がよりゆっくりと進行する**。しかしなにしろ、このことは、塔の下部に存在する原子によって放出された光子の周波数は、**既に放出時点において**、上部に存在するそれと正確に同種の原子によって放出された光子の周波数より**低い周波数となる**ことを意味している：

$$\omega_0 < \omega_H. \quad (8.14)$$

一般相対性理論の観点から見ると、塔の下部における時間の相対的遅れは(8.1)の値となる： $\frac{gH}{c^2}$ 。それゆえ、塔の下部に存在する原子によって放出された光子は、既にその放出時点において、次式に等しい周波数 $\omega_0$ を持つことになる：

$$\omega_0 = \omega_H \left(1 - \frac{gH}{c^2}\right). \quad (8.15)$$

すなわち、既にその放出時点において、光子は次式に等しい赤方偏移 $z$ を持っているのである：

$$z = \frac{\omega_H - \omega_0}{\omega_H} = \frac{gH}{c^2}. \quad (8.16)$$

さて今度は、次の問いを与えることができる：光子は、塔の基部からその頂上へ飛行している間にエネルギーを失うのか否か？光子がエネルギーを失うのであれば、その周波数は減少することになり、したがって赤方偏移の値は、方程式(8.12)から導き出される値より大きくなる。方程式(8.9–8.12)を用いることにより、光子が塔の頂上に到達したとき、光子の周波数がどれだけになるかを計算することができる：

$$\omega_{0H} = \omega_0 \left(1 - \frac{gH}{c^2}\right). \quad (8.17)$$

そして上部にいる観測者は赤方偏移の次の値を記録する： $z = \frac{\omega_H - \omega_{0H}}{\omega_H} = 1 - \frac{\omega_0}{\omega_H} \left(1 - \frac{gH}{c^2}\right)$ 。

その結果、次式が得られる：

$$z = 1 - \left(1 - \frac{gH}{c^2}\right)^2 = \frac{2gH}{c^2}. \quad (8.18)$$

この値は実験的に裏付けられている値(8.12)の2倍である。このとき、赤方偏移の値(8.18)の1番目の半分は、塔の基部に存在する原子によって放出された光子が、既にその放出時点において $\frac{gH}{c^2}$ の赤方偏移を持っていることによって引き起こされたものである。それに対し、赤方偏移の値(8.18)の2番目の半分は、光子が塔の頂上部へ運動している間に光子がエネルギーを失うことによって引き起こされたものである。上述したこととの関連で、赤方偏移の2つの解釈が存在している [58–60]。

**第1の解釈。**光子は重力質量を持っている。それゆえ、光子は重力場を克服するためにエネルギーを失い、その結果、赤化する。

**第2の解釈。**塔の下部における時間は上部におけるよりゆっくりと流れる。それゆえ、塔の基部に存在する原子によって放出された光子は、既にその放出時点においてより低い周波数を持っている。しかし、光子が上部へ飛行しているとき、その周波数は不変に保たれる。

これらの2つの解釈が互いに矛盾していることは明らかである。もし我々が、塔の基部における時間はよりゆっくりと流れると予想した場合には、我々は、光子が地球の重力場中を上方へ運動しているとき、光子の周波数は変化しないという結論を下さざるを得なくなる。すると、光子は重力場を克服するために**自分のエネルギーを失わない**ということになる。それに対し、もし我々が、光子は塔の基部から頂上へ運動している間にエネルギーを失うと予想した場合には、我々は、光子が塔の基部で放出された時点におけるその周波数は、塔の上部の原子によって放出された光子の周波数と正確に同一であったという結論を下さざるを得なくなる。したがって、塔の基部における時間もまた、上部における時間と同一の速度で流れるということになる。これらの解釈の矛盾については、例えば [61] で考察されている。

さて、結論をまとめよう。一般相対性理論の観点から見ると、塔の基部における時間はよりゆっくりと流れる。それゆえ、光子は既に放出時点において赤方偏移 $\frac{gH}{c^2}$ を持っている。

光子が塔の上方に到達しつつあるとき、光子はやはり赤方偏移 $\frac{gH}{c^2}$ を持っていることが実験的に突きとめられている。したがって、一般相対性理論の観点から見ると、光子が重力的引力を克服しながら上方へ運動している間に、光子の周波数は**変化しない**。このテーマは [62] でかなり詳細に考察されている。それだけでなく、一般相対性理論の観点から見ると、光速は大質量の近傍では減少し、大質量から遠方では増大する (§4.4 参照)。それゆえ、一般相対性理論の枠内では、次の結論を下すことができる。光子が重力場の引力を克服しながらそこから飛び出るとき、光子の周波数およびエネルギーが変化しないのに対し、その速度は増大する。

このような結論は常識にきわめて強く反している。しかも、この結論は実験的裏付けを持っていない。

この結論における最大の弱点は、塔の基部では時間が減速するという予想である。現在に至るまで、そのような予想は検証されていない、すなわち、§8.3 に記述されている単純な実験は行われていない。大質量の近傍における時間の遅れに関する全ての結論は、きわめて疑わしい予想に基づいている。それらの結論は、あるいは飛行機およびロケット上の時計を用いた疑わしい実験 (§8.4 参照) に、あるいは電磁波 (光) は媒質中における音の振動に似た振動であるという誤った予想 (§8.5 参照) に、あるいはまた重力場中における間隔の 2 乗に関する表式(4.12)または(7.18)の不正確な解釈 (§8.8, 8.9 参照) に基づいている。

### § 8.11 赤方偏移の新解釈

前節において、我々は赤方偏移の 2 つの解釈について検討した。第 1 の解釈はいくらかの物理的意味を持っているが、しかしこの解釈は誤りとみなされている。第 2 の解釈はまったく意味を持っていないが、しかしまさにこの解釈が正しいとみなされている。第 1 の解釈はニュートンの重力理論の枠内でなされたものである。しかしこの理論は、相対論的粒子の運動を記述する際には誤りとなる。例えばこの理論は、太陽の近傍を通過する光子の偏向角に関する誤った与えている (4.15)。それゆえ、ニュートンの重力理論の枠内での赤方偏移の解釈も誤りとみなされている。それだけでなく、一般相対性理論の方程式(4.5)からは間隔の 2 乗に関する表式(4.12)が導き出され、この表式は太陽の重力場中において約 0.1% の精度で実験的に検証されている。また、この表式からは、大質量の近傍では時間の尺度が変化することが導き出される。それゆえ、重力偏移(8.12)の少なくとも何らかの部分、塔の基部では時間の流れの速度が変化すること、すなわち $\omega_0 \neq \omega_H$ であることに起因している。それに対し、第 1 の解釈では $\omega_0 = \omega_H$ と予想されている。このことから、第 1 の解釈は誤りであることが導き出される。

第 2 の解釈を裏付けるものとして挙げられているのは、次のような論拠である。赤方偏移の値が $\frac{gH}{c^2}$ であることは実験的に突きとめられている。間隔の 2 乗に関する方程式(4.12)も実験的に検証されている。この方程式から、大質量の近傍では時間は減速するという結論が下される。特に、塔の基部では時間の相対的遅れは $\frac{gH}{c^2}$ の値となる。すなわち、赤方偏

移の値と正確に等しい。そしてこのことから、光子が上方（または下方に）運動するとき、光子の周波数は変化しないという結論が下される。

既に§8.8で指摘したように、このような考察の誤謬性は間隔の2乗に関する表式(4.12)または(7.18)の不正確な解釈にある。これらの方程式の両方から（この場合には、それらのうちのいずれがより正しいかは重要ではない）、大質量の近傍では時間は減速するのではなく、逆に加速することが導き出される。さてそこで、我々はこのことから出発して、赤方偏移(8.12)の起源に対する原理的に新たな見方を今直ちに定式化しよう。

我々は§4.10において、新理論に依拠し、原子のエネルギー準位に関する方程式(4.27)を用いて、スペクトル線の重力偏移に関する方程式(4.31)を導出した。さらに、この方程式から導き出される弱重力場に関する方程式(4.32)または(4.33)を得た。そして今、我々はこの方程式の物理的意味を、図33に描かれている赤方偏移の単純な例で分析しよう。

第1に、塔の基部では時間の流れる速度は減少せず、逆に増大し、しかも $\frac{gH}{c^2}$ という値ではなく、その2倍の $\frac{2gH}{c^2}$ という値だけ増大する。それゆえ、塔の基部に存在する原子によって放出された光子の周波数 $\omega_0$ は、塔の上部に存在する原子によって放出された光子の周波数 $\omega_H$ より高い：

$$\omega_0 = \omega_H \left( 1 + \frac{2gH}{c^2} \right). \quad (8.19)$$

第2に、光子は上方へ飛行している間に、方程式(8.9–8.11)に従い、重力的引力を克服するためにエネルギーを失う。これらの方程式との唯一の、かつ本質的な違いは、塔の上部と基部の間における重力ポテンシャルの差が $gH$ ではなく、 $2gH$ であるということ、すなわち2倍であるということにある（§3.5参照）。それゆえ光子は、方程式(8.11)から導き出されるエネルギーの2倍のエネルギーを失う。すなわち：

$$\frac{\Delta E}{E} = -2 \frac{gH}{c^2} \quad (8.20)$$

または：

$$E_{0H} = E_0 \left( 1 - 2 \frac{gH}{c^2} \right). \quad (8.21)$$

ここで $E_0$ は光子が塔の下部に存在する原子によって放出された時点における光子のエネルギー； $E_{0H}$ は光子が塔の頂上に到達したときの光子のエネルギーである。

第3に、塔の頂上におけるプランク定数の値は、塔の基部における値より大きい。プランク定数の相対的変化は次の値となる(2.10)：

$$\frac{\Delta \hbar}{\hbar} = \frac{\Delta \Phi}{2c^2} = \frac{2gH}{2c^2} = \frac{gH}{c^2} \quad (8.22)$$

または：

$$\hbar_H = \hbar_0 \left( 1 + \frac{gH}{c^2} \right). \quad (8.23)$$

ここで $\hbar_0$ は塔の基部におけるプランク定数の値； $\hbar_H$ は塔の頂上におけるプランク定数の値である。その結果、光子が塔の頂上に到達したとき、光子の周波数は次の値となる：

$$\omega_{0H} = \frac{E_{0H}}{\hbar_H} = \frac{E_0 \left(1 - \frac{2gH}{c^2}\right)}{\hbar_0 \left(1 + \frac{gH}{c^2}\right)} = \omega_0 \left(1 - \frac{3gH}{c^2}\right). \quad (8.24)$$

したがって、光子が上方へ飛行している間に、光子の周波数の相対的変化（赤化）は次の値となる：

$$\frac{\omega_{0H} - \omega_0}{\omega_{0H}} = -\frac{3gH}{c^2}. \quad (8.25)$$

すなわち、光子の周波数の相対的低下の値は、方程式(8.12)から導き出される値の3倍である。このとき、その値の2/3、すなわち $\frac{2gH}{c^2}$ は光子のエネルギーの減少(8.20)に起因しており、その値の1/3、すなわち $\frac{gH}{c^2}$ はプランク定数の増大(8.22)に起因している。

このように、塔の基部に存在する原子によって放出された光子の周波数 $\omega_0$ は、塔の上部に存在する正確に同種の原子によって放出された光子の周波数 $\omega_H$ より相対的値 $\frac{2gH}{c^2}$ だけ高い。光子が上方へ飛行している間に、光子の周波数の相対的低下は $\frac{3gH}{c^2}$ という値になる。その結果、塔の上部にいる観測者は、 $\frac{gH}{c^2}$ に等しい赤方偏移の値を記録する。

赤方偏移の新解釈は第1の解釈の物理的意味を保存する：重力的引力を克服しつつある光子はエネルギーを失う。それだけでなく、新解釈は第2の解釈の成果を考慮している：塔の基部における時間の流れる速度は塔の頂上における速度とは異なっており、それゆえ、塔の基部に存在する原子の放射周波数は、塔の上部に存在する正確に同種の原子の放射周波数と異なっている。したがって、赤方偏移の新解釈は、先行する解釈の肯定的側面を兼ね備えているが、しかし、それらの欠点は含んでいない。

### § 8.12 時間の速度

赤方偏移の3つの解釈のうち、どの解釈が真理であるかを解明するためには、§8.3で提案されている単純な実験を行うことが必要であり、かつそれだけで十分である。この実験は例えば次のようにして行うことができる [63]。完全に同型の2台の高精度の時計を取り、それらの示度を比較する。つぎに一方の時計をある高度まで、例えば山上あるいは高層ビルの上に持ち上げる。それらの時計の相対誤差が $10^{-15}$ 未満のときには、100 m 超の高度まで持ち上げれば十分である。十分長い時間が経過したとき、2番目の時計を同一の方法で同一の高度に持ち上げ、その時計の示度を1番目の時計の示度と比較する。2台の時計の示度が正確に一致していることが判明した場合には、第1の解釈が正しい。2番目の時計が相対値 $\frac{gH}{c^2}$ だけ遅れていることが判明した場合には、第2の解釈が正しい。そして最後に、それとは逆に2番目の時計が相対値 $\frac{2gH}{c^2}$ だけ進んでいることが判明した場合には、それは、新解釈が正しいことを意味することになる。

言うまでもなく、最も興味深い実験結果となるのは、赤方偏移の新解釈の正しさが裏付

けられること、すなわち、その実験が、量子重力理論が真理であることを裏付けることである。なぜなら、この場合には、我々は、我々を取り囲んでいる世界に関する最大量の新情報を得ることになるからである。次に、もしその実験が量子重力理論に従い、地球表面上方の高度が減少したとき、時間の速度が相対値 $\frac{2gH}{c^2}$ だけ増大することを裏付けた場合に、その実験から導き出される最も重要な帰結を以下に列挙しよう。

1) それは、等価原理は誤りであることを意味することになる、なぜなら、等価原理からは、より小さい高度においては時間は減速することが導き出されるからである。すなわち、重力場は非慣性基準系とは**原理的に異なっている**、つまり、一般相対性理論の方程式は弱重力場の場合でさえも誤って解釈されているということになる。

2) 時間の流れる速度（原子の放射周波数）は、プランク定数の値の3乗に反比例している(4.28)。それゆえ、プランク定数の値は大質量の近傍では**減少する**という一義的結論を下すことができる。すなわち、重力相互作用は粒子の運動における不確定性を**減少させる**。このことは、§7.3, 7.5 に述べられている量子重力理論の裏付け、また、大質量から遠ざかるにつれて粒子の運動における不確定性が**増大すること**の実験的証明となる。そしてこのことは、我々の宇宙はカオスに取り囲まれていることを意味することになる。こうして、微小的世界における不確定性の起源に関する謎が解明されることになる。

3) 大質量の近傍における時間の加速は、さらに、電磁波の伝播速度—光速度—が増大することを含め、大質量の近傍では物理過程の進行速度が増大することも意味することになる。このことは、新法則(2.1)の実験的裏付け、つまり、ファインマンが書いている大いなる秘密 (§1.2 参照) の解明となる。

4) この実験は、地球表面上方の高度 $H$ に持ち上げられた質量 $m$ の物体のポテンシャルエネルギーは、 $mgH$ には等しくなく、これがいかにパラドキシカルに聞こえようと、 $2mgH$ に等しいことを証明するであろう。

5) 一般相対性理論の観点から見ると、大質量の近傍では時間が減速する。そして、相対性理論はブラックホール—その近傍では時間が完全に停止する膨大な質量—の存在を予言している。それゆえ、大質量の近傍における時間の加速は、ブラックホールが存在しないことの直接的証拠となる。

6) 量子重力理論の実験的裏付けは、さらに、宇宙の進化に関する問題を含め、宇宙論上の一連の問題を解決することも可能にするであろう。第9章および第10章はこれをテーマとしている。

このように、この簡単な実験は、基礎物理学、微視的および巨視的世界の物理における多数の問題を解決することを可能にするであろう。それは重力のメカニズムを解明し、微視的世界における不確定性の起源を説明し、宇宙の限界外には**何が存在しているか**を知ることが可能にするであろう。この実験は、宇宙の仕組みに関する我々の理解全体を根本から変えることができるであろう。

そしてこのこととの関連において、次の疑問が生じてくる：これまでこの実験が行われなかったのは、なぜなのであるだろうか？

## カオスと時間（結論）

我々は、微視的世界における不確定性および重力といった現象について検討した。明らかになったように、不確定性と重力は同一の現象の 2 つの側面なのである：大質量が粒子の運動における不確定性を制限し、その結果として粒子を引き付ける。それゆえ、新重力理論はその本質において量子重力理論である。

新理論の基礎に横たわっている主要な物理学的着想は、宇宙の重力場の限界外にはカオスが存在するという着想である。新たな観点から見ると、我々がその中で生きている時間および空間は、宇宙の内部にのみ、そして宇宙を満たしている膨大な質量のおかげによってのみ存在している。我々の宇宙—それは、カオスによって取り囲まれている島なのである。

我々は空間および時間に慣れ親しんでいるので、それらを、物質\*的物体から独立して存在している、我々の世界の基礎として感受している。しかし、それはそうではない。もし宇宙に膨大な質量が存在しないとすると、空間および時間は崩壊してカオスになるであろう。カオスを脳裡に描くことは困難ではあるが、しかしそれでも可能である。カオスとは、微視的世界において観測される、宇宙のサイズまで拡大された不確定性なのである。

新たな観点から見ると、宇宙<sup>〔訳注〕</sup>とは、カオスの影響の結果である不確定性と、全宇宙を貫く重力相互作用のおかげで生じる秩序との間における平衡と調和なのである。

カオスの存在を実験的に確かめるためには、高精度の原子時計を取り、それらを建物の相異なる階に設置するだけで十分である。原子時計によって創出される 1 秒の継続時間は原子の放射周波数に反比例している。下側の階に存在する時計は地球により近い所に位置している。地球もまた、宇宙のその他の質量と同様に重力相互作用に関与し、カオスを制限している。それゆえ、下側の時計を構成している素粒子の運動における不確定性はより小さくなる。したがって、下側の時計中に存在する原子の放射周波数はより高くなる。なぜなら、原子の放射周波数はプランク定数の 3 乗の値に反比例しているからである。それゆえ、下側の時計によって創出される 1 秒の継続時間は、上側の時計によって創出される 1 秒の継続時間より短くなる。

このように、もしカオスが存在するならば、一般相対性理論に反して、下側の時計は上側の時計より速く進行することになる。一般相対性理論の観点から見ると、より速く進行するのは上側の時計でなければならない。

重力場中における静止した時計を用いた実験は、おそらく、既にごく近い時期に行われるであろう。そして、量子重力理論が大質量近傍における原子時計の歩度の加速を予言しているのに対し、ほぼ全ての人々がそれとは逆のことを固く信じていることに注目することがきわめて重要である。

---

〔訳注〕 このフレーズおよび本書の題名における「宇宙」は、原文では“Cosmos”に相当するロシア語で表されている。それ以外の「宇宙」には、全て“Universe”に相当する用語が用いられている。

## 文献一覧

1. Einstein A. 『科学論集』, Vol.1, モスクワ, Nauka, 1965.
2. Einstein A. 『科学論集』, Vol.3, モスクワ, Nauka, 1966.
3. Bohr N. 『科学論選集』, Vol.2, モスクワ, Nauka, 1971.
4. Landau L.D., Lifshits E.M. 『力学』, モスクワ, Nauka, 1988.
5. Landau L.D., Lifshits E.M. 『場の理論』, モスクワ, Nauka, 1988.
6. Landau L.D., Lifshits E.M. 『量子力学』, モスクワ, Nauka, 1989.
7. Feynman R., Leighton R., Sands M. 『ファインマン物理学』, Vol.1, Vol.2, モスクワ, Mir, 1977.
8. Feynman R., Leighton R., Sands M. 『ファインマン物理学』, Vol.3, Vol.4, モスクワ, Mir, 1977.
9. Feynman R., Leighton R., Sands M. 『ファインマン物理学』, Vol.6, モスクワ, Mir, 1977.
10. Feynman R., Morinigo F., Wagner W. 『ファインマン講義 重力の理論』, モスクワ, Yanus-K, 2000.
11. Feynman R. 『物理法則の性格』[邦題:『物理法則はいかにして発見されたか』], モスクワ, Nauka, 1987.
12. Kittel C., Night W., Ruderman M. 『バークレー物理学コース』, Vol.1, 力学, モスクワ, Nauka, 1983.
13. Wichmann E. 『バークレー物理学コース』, Vol.4, 量子力学, モスクワ, Nauka, 1977.
14. Acosta W., Cowan K., Graham B. 『現代物理学の基礎』, モスクワ, Prosveshchenie, 1981.
15. 『物理学の諸問題: 古典と現代』, モスクワ, Mir, 1982.
16. 『論集: アインシュタインと現代物理学』, モスクワ, 1956.
17. Fock V.A. 『空間, 時間および重力の理論』, モスクワ, 国営技術出版社, 1955.
18. 『物理学百科事典』(全5巻), モスクワ, 1988-1998.
19. 『ソビエト大百科事典』, Vol.15, モスクワ, ソビエト百科事典出版社, 1974, p.519.
20. Altshuler B.L. 「マッハの原理と真空の構造に関する現代的理解」, 『論集: 物理学史・力学史研究 1993-1994』, モスクワ, Nauka, 1997, p.60.
21. Hawking S. W. On the rotation of the Universe // Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 1969, Vol. 142, № 2, p. 129-141. [この論文は <https://academic.oup.com/mnras/article/142/2/129/2888629> で入手可能]
22. Kapitsa P.L. 『実験・理論・実践』, モスクワ, Nauka, 1997.
23. Albrecht A., Magueijo J. (Time varying speed of light as a solution to cosmological puzzles). Physical Review D 59 043516 (1999). [この論文は <https://arxiv.org/pdf/astro-ph/9811018> で入手可能]
24. Barrow J. (Cosmologies with varying light speed). Physical Review D 59 043515 (1999). [この論文は <https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.59.043515> で入手可能]
25. Dirac P. 『異常な時代についての回想記』, モスクワ, Nauka, 1990.
26. Dicke R. 『重力と宇宙』, モスクワ, Nauka, 1972.
27. Misner C., Thorne K., Wheeler J. 『重力 (全3巻)』, モスクワ, Mir, 1977.
28. Hund F. 『量子論の歴史』, キエフ, 1980.
29. Cline B. 『質問者たち: 物理学者たちと量子論』[邦題:『現代物理学をつくった人びと』], モスクワ, Atomizdat, 1971.
30. Shimony A. 「量子世界の实在性」, 『科学の世界で』, No.3, 1988.
31. Horgan J. 「量子哲学」, 『科学の世界で』, No.9-10, 4992.
32. Born M. 『ある物理学者の思索と回想』, モスクワ, Mir, 1977.
33. Mitton S. 『銀河を探る』, モスクワ, Mir, 1980.

34. Zeldovich Ya.B., Khlopov M.Yu. 『自然認識における思想劇』, モスクワ, Nauka, 1988.
35. Shapiro J. J. Phys. Rev. 119, 1743 (1960).
36. Weinberg S. 『重力と宇宙論』, ヴォルゴグラード, Platon, 2000.
37. Riess A. G. et al. Astron. J. 116, 1009 (1998).
38. Perlmutter S. et al. Astrophys. J. 517, 565 (1999).
39. Chernin A.D. 『物理科学の成果』, Vol.171, No.11, p.1154 (2001).
40. 『物理科学の成果』, Vol.170, No.4, p.446 (2000).
41. 『物理科学の成果』, Vol.170, No.6, p.680 (2000).
42. Freedman W. 「宇宙の膨張速度とサイズ」, 『科学の世界で』, No.1, 1993.
43. 『物理科学の成果』, Vol.171, No.8, p.859-866 (2001).
44. 『物理量表』, モスクワ, Atomizdat, 1976.
45. 『物理科学の成果』, Vol.167, No.7, p.796 (1999).
46. 『物理科学の成果』, Vol.169, No.10, p.1148 (1999).
47. 『物理科学の成果』, Vol.171, No.3, p.306 (2001).
48. Phys. Rev. D 63 043007 (2001).
49. Pauli W. 『相対性理論』, モスクワ, Nauka, 1983.
50. 『宇宙物理学, 量子と相対性理論』, モスクワ, Nauka, 1982.
51. 『物理科学の成果』, Vol.169, No.8, p.916 (1999).
52. Mensky M.B. 『物理科学の成果』, Vol.170, No.6, p.634 (2000).
53. Aspect A. Nature (London) 390 189 (1999).
54. Tittel W. et al. Europhys. Lett. 40 595 (1997).
55. 『物理科学の成果』, Vol.169, No.1, p.48 (1999).
56. 『物理科学の成果』, Vol.168, No.10, p.1128 (1998).
57. Physics News Update, Number 391.  
<http://www.hep.net/documents/newsletters/pnu/pnu.html#RECENT>
58. Pound R., Rebka G. Phys. Rev. Lett. 4 337 (1960); 4 275 (1960); 3 439 (1959).
59. Pound R., Snider J. Phys. Rev. B 140 788 (1965); Phys. Lett. 13 539 (1964).
60. Pound R. 『物理科学の成果』, Vol.79, p.673 (1960).
61. Okorokov V.V. 「一般相対性理論のいくつかの結論を裏付ける実験の矛盾性について」,  
『科学アカデミー報告集 (物理学)』, Vol.378, No.5, pp.617-619 (2001).
62. Okun L.B., Selivanov K.G., Telegdi V.L. 「重力, 光子, 時計」, 『物理科学の成果』, Vol.169,  
No.10, pp.1141-1147 (1999).
63. Okun L.B. "A Thought Experiment with Clocks in Static Gravity" Modern Physics Letters A,  
vol. 15, No. 32, 2007-2009 (2000). [この論文は <https://arxiv.org/pdf/hep-ph/0010256> で入手可能]
64. Will C. 『重力物理学における理論と実験』, モスクワ, 1985.
65. <http://www.vniiftri.ru/index.htmlp>
66. <http://www.vniiftri.ru/standards/stand101.htmlp>
67. <http://www.vremyamn.ru/cgi-bin/2000/854/12/2>
68. <http://www.uni-konstanz.de/quantum-optics/qmet/cores/currentstatus.pdf>
69. Okun L.B. 「質量の概念」, 『物理科学の成果』, Vol.158, p.512 (1989).
70. Okun L.B. 『物理科学の成果』, Vol.170, No.12, p.1366 (2000).
71. Hafele J., Keating R. Science 117 168, 170 (1972) [この論文は  
[https://virgilio.mib.infn.it/~oleari/public/elementi\\_fis\\_teorica/materiale\\_didattico/Hafele-Keating-predict\\_observ.pdf](https://virgilio.mib.infn.it/~oleari/public/elementi_fis_teorica/materiale_didattico/Hafele-Keating-predict_observ.pdf) で入  
手可能]; Vessot R., Levine M. Gen. Rel. Grav. 10 181 (1979); Alley C. et al., in Experimental  
Gravitation, Proc. Of the Conf. at Pavia (Ed. B. Bertotti) New York: Academic Press, September  
1976.

72. <http://xxx.lanl.gov/astro-ph/9704196>

73. Born M. 『我が世代における物理学』, モスクワ, 1963.

74. <http://www.livingreviews.org/Articles/index.html>

75. 『物理学の成果』, Vol.167, p.688 (1997).

76. *Astrophys. J. Lett.* 568 L75 (2000); <http://cfa-www.harvard.edu/apjl/>

77. *Nature* 417 923 (2002).

## 著者紹介



ワシーリー・レオニードヴィッチ・ヤンチリン

(Василий Леонидович Янчилин, Vasily Leonidovich Yanchilin)

◆著者自身による略歴 (<https://kapital-rus.ru/lite/lauthors/115>)

1965年、アルタイ地方ジェレズノドロジヌイ地区ゴニバ村に生まれた。1980年、最初にアルタイ地方物理学オリンピック、次に全シベリア物理学オリンピックの優勝者となった。ノヴォシビルスク・アカデムゴロドクの物理・数学インターネットスクールを卒業した。ノヴォシビルスク国立大学物理学部を卒業した。同大学の学生時代に宇宙の重力ポテンシャル中における光速度の値とプランク定数の値とを関係付ける方程式を得て、物理学の古い問題—マッハの原理—の解決法を見出した。

2000年、量子パラドックスを説明するため、離散運動の概念を物理学に導入した。離散運動は、分割不可能な電子がどのようにして2つの穴を同時に通り抜けるのか、量子跳躍、波動関数およびその収縮の物理的意味を一目瞭然たる形で示すことを可能にする(著書『量子力学の新解釈』、ノヴォシビルスク、2000)。

2002年、光速度の値およびプランク定数の値に関する方程式を用いて、マッハの原理に基づく重力理論を構築した。古典的相対論的重力効果を計算し、また、質点の場中における間隔の2乗に関する正確な表式を得た。しかしこの新理論は、一般相対性理論に反して、大質量の近傍では時間の速度が増大することを予言していた。この結論は、最新式原子時計を用いて実験的に検証することができる(著書『不確定性・重力・宇宙』、モスクワ、2003、2010)。

2004年、アインシュタインの初期の著作を調べ、一般相対性理論の構築に際し、それより後に出現した量子力学と両立しない、一連の誤りが犯されていたことを見出した。このような非両立性に関する考察がこれまで行われたことがないことを考慮し、これに関する著書『重力の秘密』(モスクワ、2004、2007)を書いた。この本では、重力場の非局所的本性に関する仮説も提唱されている。この仮説によれば、重力相互作用は瞬時に伝達されるのであって、その探索のために著しい労力と資金が費やされている重力波は自然界には存在しない。

2005年、新重力理論に基づき、銀河核から放出される超高密度物質の崩壊時における星形成に関する科学アカデミー会員 V.A.アンバルツミヤンの宇宙進化論構想を復活させた(著書『爆発宇宙. 銀河はどのようにして形成されたか、そして銀河はなぜ回転しているのか?』(モスクワ、2006)。

2003年、全ての生物は非局所的關係によって互いに結び付いており、巨大な自然量子コンピューターを形成していると予想し、生命の発生に関する量子仮説を定式化した(著書『量子世界の論理と地球における生命の発生』、モスクワ、2004)。

2006年、ロボット構築時に生物の量子的組織化原理を利用することを提唱した(著書

『量子的非局所性』, モスクワ, 2010)。2007年より現在まで, 新聞『ポイスク』<sup>[訳注]</sup>の科学部門通信員として働いている。研究関心領域: 重力, 量子力学, 太陽系の起源。

#### ◆著者に関する情報

- ・ 著者は研究教育機関に所属しない独立系研究者である。
- ・ “Vasily Yanchilin”でネット検索すると, 著者に関する英語情報を得ることができる。
- ・ <https://www.researchgate.net/profile/Vasily-Yanchilin> で著者の英語論文13点(2025年4月現在。著者の妻フィリュザ・ヤンチリナ(Фирюза Янчилина, Firyuza Yanchilina)との共著論文を含む)を入手することができる。
- ・ 著者の著書のうち何点かの英語版が出版されている。例えば Vasily Yanchilin “Quantum Entity: Shape, Motion, and Collapse: From Quantum Jumps to the Birth of Mind”, March 2025, New York, AstroQuant Publishing を Amazon で購入することができる。

---

<sup>[訳注]</sup> 新聞『ポイスク [Poisk, 探求]』は研究教育活動, 情報技術および科学教育行政分野の専門家向けの週刊紙。同紙の創刊者はロシア科学アカデミーおよびポイスク出版社である。

## [訳注] 訳文中の「物質\*」について

他の欧米諸語と同様、ロシア語には「物質」を意味する複数の単語がある。物理学で主に使われている用語は「**материя** [materia]」と「**вещество** [veshchestvo]」である。本来、この2つの単語の日常的用法における概念は大きく重なっており、両者の違いを文脈から切り離して定義することは事実上不可能である。しかし、ロシアの物理学界ではこれらの用語の使い分けについてある程度の合意が成立しているように思われる（当然のことながら、両者の概念の具体的な内容は論者の立場によって異なる）。

したがって、ロシア語文献からの訳文の理解に混乱を生じさせないためには、両者を訳し分けなければならない。しかし、訳者の知る限り、これらの用語に対応する日本語の物理学用語は「物質」の1語しか存在しないため、異なる用語によって訳し分けることはできない。そこで訳者は、多少煩わしさを感じさせるかもしれないが、「**материя**」は「**物質\***」、「**вещество**」は単に「**物質**」と表記することで両者の違いが分かるようにしている。

かなり大まかな括り方をすると、「**материя** (物質\*)」は「**вещество** (物質)」の上位概念であり、「**материя** は **вещество** および場などからなる」と言うことができる。おそらく、日常的な語感では、日本語の「物質」から思い浮かぶのは「**вещество**」のほうであろう。

ロシア語版 Wikipedia の記事「**Материя**」は次のように説明している（一部のみ抜粋）。

「**материя** —— 客観的現実、空間の内容物、科学および哲学の主要カテゴリーの1つ、物理学の研究対象。

物理学は、空間と時間（時空）の中に存在する何ものかとしての **материя**（ニュートンに始まる理解——空間は事物の入れ物、時間は事象の入れ物）、または空間と時間の性質をそれ自体が与える何ものかとしての **материя**（ライブニッツに始まり、後にアインシュタインの一般相対性理論において表現された理解）を記述する。時間の中で様々な形態の **материя** とともに生じる変化が物理的現象をなす。物理学の主な課題は、あれこれの種類の **материя** およびその相互作用の性質を記述することにある。

#### 主な種類の **материя**

現時点では3つの形態の **материя** が存在する。

・ **вещество** —— ハドロン物質、バリオン物質／古典的理解における物質、反物質／中性子物質／その他の種類の物質／クォークグルーオンプラズマ／仮説上のプレクォーク超高密度物質\*形成物

**вещество** とは異なり、場の内部に空虚はなく、場は絶対的な稠密性を持っている。

- ・ 場（古典的意味での） —— 電磁場、重力場／量子場
- ・ 物理的本性が不明な物質\*の対象物 —— 暗黒物質\*、暗黒エネルギー